GEOG143 · Vorlesung 5

Geodätische Koordinatensysteme
Zeit · Kurzüberblick · Sprechtext · Aktion · Quellen

Dr. Michael Schultz · 90 Minuten · Version 5.0 · 16.11.2026

Druckfassung auf weissem Hintergrund. Zu jeder Folie stehen zuerst kurze Stichpunkte als Orientierung; darunter folgt der vollständige Sprechtext. Beide entsprechen den PowerPoint-Notizen. Die Stichpunkte dienen als Gedächtnisstütze und werden nicht zusätzlich vorgelesen. 58 Folien; 72 Minuten Erklärung und 18 Minuten angeleitete Demonstration / Betrachtung.

Begriffe und Abkürzungen

1 · Orientierung: Zahlen, Regeln und Bezug

Geodäsie · Wissenschaft von Form, Grösse und Schwerefeld der Erde sowie von Positionen und ihren Veränderungen. Sie schafft den gemeinsamen räumlichen Bezug für Vermessung, Navigation und Karten.

Koordinate · Eine Zahl zur Beschreibung einer Position. Erst die zugehörige Achse, Einheit und Bezugsfestlegung geben ihr eine eindeutige Bedeutung. Beispiel: 11,59° bezeichnet hier die östliche Länge, keine Strecke.

Koordinatensystem · Mathematische Regeln zur Zuordnung von Zahlen zu Punkten: Achsen, ihre Reihenfolge, Richtungen und Einheiten. Es beschreibt, wie wir eine Position angeben.

Kartesisches Koordinatensystem · Rechtwinkliges Achsensystem mit zwei Achsen in der Ebene oder drei im Raum und derselben Längeneinheit auf allen Achsen. Der Ursprung kann lokal liegen; er muss nicht der Erdmittelpunkt sein.

Geodätisches Datum · Festlegung der räumlichen Verankerung eines Koordinatensystems zur Erde: Ursprung, Ausrichtung und Massstab. Zum geodätischen Bezug gehört auch das verwendete Ellipsoid. Hier bedeutet Datum einen Bezug, kein Kalenderdatum.

Referenzsystem und Referenzrahmen · Das Referenzsystem beschreibt die Konventionen; ein konkreter Rahmen macht sie durch bestimmte Stationskoordinaten und gegebenenfalls Geschwindigkeiten nutzbar. Die Fachterminologie verwendet Datum und Referenzrahmen teilweise synonym; im Unterricht hilft die Unterscheidung von Festlegung und Realisierung.

CRS · Koordinatenreferenzsystem · Coordinate Reference System: Koordinatensystem mit einem Datum. Bei einem projizierten CRS gehören auch Kartenabbildung und ihre Parameter dazu. Eine vollständige Angabe verbindet Zahlen mit Achsen, Einheiten und Bezug.

Epoche · Zeitpunkt, für den Koordinaten gelten, zum Beispiel 2026,0. Stationen bewegen sich durch Plattenbewegung oder lokale Verformung; bei präzisen Aufgaben zählt deshalb auch der Zeitpunkt. Die Koordinatenepoche und die Bezugsepoche eines Rahmens sind zu unterscheiden.

2 · Erdmodell und Richtungen

Topografische Oberfläche · Tatsächliche Geländeoberfläche mit Bergen, Tälern und Bauwerken. Sie ist die zu vermessende Wirklichkeit; Ellipsoid und Geoid dienen als unterschiedliche Bezugsflächen.

Referenzellipsoid · Glattes mathematisches Erdmodell: Eine um die kurze Achse gedrehte Ellipse bildet ein an den Polen abgeplattetes Rotationsellipsoid. Es eignet sich zur Berechnung von Winkeln, Höhen und Kartenkoordinaten.

Halbachsen a und b · a ist der Abstand vom Ellipsoidzentrum zum Äquator, b der Abstand zum Pol. Beim Erdellipsoid ist a etwas grösser als b. Beide Grössen haben eine Längeneinheit.

Abplattung f und Exzentrizität e · Formparameter des Ellipsoids. $f = (a - b)/a$ beschreibt seine Abplattung; $e^2 = f(2 - f)$ ist die quadrierte erste Exzentrizität. Auf einer Kugel sind beide null.

Ellipsoidnormale · Gerade, die im betrachteten Fusspunkt senkrecht auf der Ellipsoidoberfläche steht. An ihr werden geodätische Breite und ellipsoidische Höhe erklärt. Sie ist von der physikalischen Lotrichtung zu unterscheiden.

Äquator und Äquatorebene · Die Äquatorebene geht durch das Ellipsoidzentrum und steht senkrecht auf der Rotationsachse. Ihre Schnittlinie mit dem Ellipsoid ist der Äquator; dort beträgt die Breite 0°.

Meridian und Nullmeridian · Ein Meridian verläuft auf dem Ellipsoid von Pol zu Pol und verbindet Orte gleicher Länge. Der festgelegte Nullmeridian hat die Länge 0°; von seiner Ebene aus werden die Längenwinkel gezählt.

Breitenkreis und Gradnetz · Ein Breitenkreis verbindet Orte gleicher geodätischer Breite. Breitenkreise und Meridiane bilden zusammen das Gradnetz. Dessen Gestalt auf einer Karte zeigt die Wirkung der Abbildung.

Meridianschnitt · Schnitt durch das Ellipsoid in einer Ebene, die die Rotationsachse und den betrachteten Punkt enthält. Im Schnitt lassen sich Radius, Normale und beide Breitenwinkel besonders gut unterscheiden.

3 · Winkel, räumliche Koordinaten und Umrechnung

Geodätische Koordinaten φ, λ, h · Ellipsoidische Beschreibung eines räumlichen Punktes durch geodätische Breite, Länge und ellipsoidische Höhe in einem festgelegten Bezug. Die beiden Winkel bestimmen den Fusspunkt; h ergänzt seine Lage entlang der Normalen.

Geodätische Breite φ · Winkel zwischen Ellipsoidnormaler und Äquatorebene. Nach Norden ist er positiv, nach Süden negativ; Wertebereich −90° bis +90°. φ folgt der Normalen, nicht dem Radius zum Erdzentrum.

Geografische Länge λ · Winkel zwischen Nullmeridianebene und Meridianebene des Punktes. In dieser Vorlesung zählen wir Osten positiv und Westen negativ, von −180° bis +180°. Geografische Länge ist ein Winkel, keine Entfernung.

Geozentrische Breite ψ · Winkel zwischen Äquatorebene und dem Ortsvektor vom Erdzentrum zum Punkt. Auf dem abgeplatteten Ellipsoid unterscheiden sich ψ und die geodätische Breite φ im Allgemeinen; auf der Kugel stimmen sie überein.

Geozentrische kartesische Koordinaten X, Y, Z · Drei gerichtete Strecken im erdzentrierten Achsensystem. X zeigt im Äquator zur Länge 0°, Y zur Länge 90° Ost, Z zum Nordpol. Alle drei Werte werden in Metern angegeben.

ECEF · Earth-Centred, Earth-Fixed: erdzentriert und erdfest. Das Achsensystem dreht sich mit der Erde. ECEF bezeichnet die räumliche Achsenausrichtung; der konkrete geodätische Rahmen ist zusätzlich zu benennen.

Grad, Winkelminute und Winkelsekunde · Ein Vollkreis hat 360°. Ein Grad enthält 60 Winkelminuten; eine Winkelminute enthält 60 Winkelsekunden. Die Schreibweise 50° 30′ entspricht 50,5° und ist von einer Dezimalzahl 50,30° zu unterscheiden.

Radiant / Bogenmass · Winkelmass rad: Bogenlänge geteilt durch Radius. Ein Halbkreis entspricht π rad = 180°. In den Formeln werden Gradwerte durch Multiplikation mit π/180 in Radiant umgerechnet.

Querkrümmungsradius ν · Krümmungsradius des Ellipsoids im zur Meridianrichtung senkrechten Normalschnitt. Er hängt von der Breite und der Ellipsoidform ab und erscheint in der Umrechnung von φ, λ, h nach X, Y, Z.

Radius r und Kugelradius R · r ist der Abstand des betrachteten Punktes vom Erdzentrum. R ist der konstante Radius des vereinfachten Kugelmodells im Projektionsvergleich. Der Abstand zur Z-Achse wird im Rechenweg mit ρ bezeichnet.

Koordinatenumrechnung · Wechsel der Darstellung bei gleichem Datum, zum Beispiel von φ, λ, h zu X, Y, Z. Die mathematischen Regeln und Parameter sind festgelegt. Auch eine Kartenprojektion ist eine solche Umrechnung.

Koordinatentransformation / Bezugswechsel · Überführung von Koordinaten zwischen unterschiedlichen geodätischen Bezügen. Dafür werden aus Messungen bestimmte Transformationsparameter oder Korrekturgitter verwendet; ihre Genauigkeit begrenzt das Ergebnis.

Helmert-Transformation · Ein Bezugswechsel durch Verschiebung, Drehung und Massstabsänderung. Die räumliche Sieben-Parameter-Form verwendet drei Verschiebungen, drei Drehungen und einen Massstabsfaktor; präzise Anwendungen können weitere Korrekturen benötigen.

4 · Höhen richtig benennen

Ellipsoidische Höhe h · Gerichteter Abstand des Punktes vom Referenzellipsoid entlang der Ellipsoidnormalen. Positiv bedeutet ausserhalb des Ellipsoids. GNSS-Auswertungen liefern zunächst solche geometrischen Höhen in einem bestimmten geodätischen Bezug.

Geoid · Ausgewählte Fläche gleichen Schwerepotenzials, die den mittleren Meeresspiegel annähert und unter den Kontinenten fortgesetzt gedacht wird. Sie ist ein physikalischer Höhenbezug und im Allgemeinen keine Ellipsoidfläche.

Orthometrische Höhe H · Schwerefeldbezogene Höhe über dem Geoid, bestimmt unter Verwendung der mittleren tatsächlichen Schwere entlang der Lotlinie. Für die anschauliche geometrische Beziehung dieser Vorlesung gilt näherungsweise $h \approx H + N$.

Geoidundulation N · Abstand zwischen Geoid und Referenzellipsoid am betrachteten Ort. Im vereinfachten Höhenbild ist $H \approx h - N$. Das Symbol N bezeichnet hier eine Höhendifferenz und an anderer Stelle den Karten-Nordwert; der Kontext entscheidet.

Normalhöhe HN und Quasigeoid · Die Normalhöhe verwendet ein definiertes Normalschwerefeld anstelle der unbekannten mittleren Schwere im Erdinneren. Ihre Bezugsfläche ist das Quasigeoid. In Deutschland werden im DHHN2016 Normalhöhen verwendet.

Höhenanomalie ζ · Abstand zwischen Quasigeoid und Ellipsoid. Mit einem geeigneten Quasigeoidmodell ergibt sich die Normalhöhe aus $HN = h - \zeta$. Ein Geoidmodell für orthometrische Höhen und ein Quasigeoidmodell haben verschiedene Aufgaben.

Lotrichtung · Lokale Richtung des Schwerevektors, anschaulich die Richtung eines frei hängenden Lots. Sie steht senkrecht auf der lokalen Fläche gleichen Schwerepotenzials und stimmt nicht genau mit der Ellipsoidnormalen überein.

5 · Von der Erde zur Karte

Kartennetzentwurf / Kartenprojektion · Mathematische Abbildung einer gekrümmten Bezugsfläche in die Kartenebene. Sie ordnet Breite und Länge ebene Koordinaten zu. Das abgebildete Gradnetz und seine Verzerrungen folgen aus den gewählten Formeln.

Projektionsfamilien: Ebene, Kegel, Zylinder · Azimutale, konische und zylindrische Abbildungen lassen sich durch eine Ebene, einen Kegel beziehungsweise einen Zylinder veranschaulichen. Die konkrete Karte entsteht durch mathematische Formeln; die Hilfsflächen helfen, Anordnung und Ausrichtung des Gradnetzes zu verstehen.

Mercator, normalzylindrisch · Winkeltreue Zylinderabbildung mit senkrechtem Gradnetz. Die Abstände der Breitenkreise wachsen polwärts; dadurch ist die lokale Streckung in allen Richtungen gleich. Die bekannte Weltkarte und die transversale Mercatorabbildung haben unterschiedliche Ausrichtungen.

Lambert, zylindrisch flächentreu · Zylinderabbildung mit Flächentreue. Im Labor gleichen sich die zunehmende Ost-West-Dehnung und die Nord-Süd-Stauchung aus. Die Bezeichnung zylindrisch ist wichtig: Es gibt weitere, anders aufgebaute Lambert-Projektionen.

Plate Carrée · Rechteckige Zylinderabbildung, bei der gleiche Winkelabstände gleiche Kartenabstände ergeben. Im Labor mit Standardbreite 0° bleiben Strecken entlang der Meridiane und des Äquators massstabsgerecht. Ihre lokalen Winkel und Flächen verändern sich mit der Breite.

Kartenmassstab · Verkleinerungsverhältnis einer Karte: 1 : 50 000 bedeutet 1 cm auf der Karte für 50 000 cm, also 500 m, in der Bezugsdarstellung. Der lokale Projektionsmassstab beschreibt zusätzlich die ortsabhängige Verzerrung durch die Abbildung.

Projizierte Koordinaten E und N · Easting / Northing: Ostwert und Nordwert im ebenen Kartengitter, meist in Metern. Projektion, Zone, Zuschläge, Achsenreihenfolge und geodätischer Bezug gehören zur vollständigen Angabe.

Normal, transversal und schief · Ausrichtung einer Projektionsfamilie relativ zur Erdachse. Beim normalen Zylinder liegt die Achse parallel zur Erdachse, transversal quer dazu, schief dazwischen. Bei Ebene und Kegel gilt die entsprechende Symmetrieachse. Gemeint ist die Abbildungsausrichtung.

Mittelmeridian · Meridian in der Mitte eines Kartenstreifens. Er dient der Festlegung der Projektion. Bei transversaler Mercatorabbildung nimmt die Massstabsverzerrung mit dem seitlichen Abstand zu diesem Meridian zu.

Winkeltreu / konform · Die Abbildung erhält lokale Winkel und hat an einem Ort in jeder Richtung denselben Massstab. Kleine Kreise bleiben lokal Kreise; ihre Grösse kann sich von Ort zu Ort ändern.

Flächentreu / äquivalent · Die Abbildung erhält Flächenverhältnisse bei einem einheitlichen Kartenmassstab. Formen und Winkel dürfen sich verändern. Im normalzylindrischen Lambert-Beispiel gleichen sich Ost-West-Dehnung und Nord-Süd-Stauchung aus.

Längentreu / äquidistant · Der Massstab bleibt entlang ausdrücklich benannter Linien oder Richtungen erhalten. Bei Plate Carrée gilt dies entlang der Meridiane und des Äquators. Es bedeutet keine korrekten Entfernungen zwischen beliebigen Punkten.

Tissot-Indikatrix · Lokales Verzerrungsbild: Ein infinitesimal kleiner Kreis auf der Bezugsfläche wird auf der Karte zur Ellipse. Form und Grösse zeigen Winkel-, Längen- und Flächenverzerrung. Die sichtbaren Kreise im Labor sind vergrösserte Anschauungsfiguren.

Massstab k und Mittelmeridianfaktor k_0 · Verhältnis einer kurzen Kartenstrecke zur zugehörigen Strecke auf der Bezugsfläche, nach Berücksichtigung des Kartenverkleinerungsmassstabs. k_0 legt den Massstab am Mittelmeridian fest; bei UTM beträgt er 0,9996.

Meridianmassstab km und Parallelmassstab kp · Lokale Längenfaktoren entlang Meridian und Breitenkreis. In den normalen Zylinderprojektionen des Labors ist ihr Produkt A = km · kp der Flächenfaktor. A = 1 steht dort für Flächentreue.

Meridiankonvergenz · Winkel zwischen geografisch Nord, also der Meridianrichtung, und Gitternord. Dieser Richtungsunterschied ist von einer Massstabsverzerrung zu unterscheiden.

Koordinatenzuschlag · Festgelegter Wert, der nach der Projektion addiert wird. Ein Ostwertzuschlag verschiebt den Zahlenursprung des Gitters; er verschiebt weder den Ort noch das Gelände. UTM verwendet am Mittelmeridian einen Ostwert von 500 000 m.

Zone, Breitenband und Hemisphäre · Eine UTM-Zone ist regulär ein 6° breiter Längenstreifen. Ein Breitenband bezeichnet einen Bereich der Breite; die meisten Bänder sind 8° hoch. Die Hemisphäre sagt Nord- oder Südhalbkugel. Diese drei Angaben haben verschiedene Aufgaben.

Morphing-Parameter t · Fortschritt eines animierten Übergangs von 0 bis 1. Im Projektionslabor werden zwei Kartenformeln gewichtet gemischt. Die Zwischenform ist eine definierte didaktische Abbildung; t ist hier keine geodätische Zeitepoche.

6 · Systeme, Verfahren und Abkürzungen

GNSS / GPS · Global Navigation Satellite System ist der Oberbegriff für Satellitennavigationssysteme. Global Positioning System ist eines davon. Die Koordinatendarstellung und der geodätische Bezug sind zusätzlich zum Messverfahren zu benennen.

WGS84 · World Geodetic System 1984: globales geodätisches Bezugssystem mit zugehörigem Ellipsoid und verschiedenen konkreten Realisierungen. Bei hohen Genauigkeitsanforderungen werden Realisierung und Koordinatenepoche angegeben.

ETRS89 · European Terrestrial Reference System 1989: europäisches Bezugssystem, das an den stabilen Teil der eurasischen Platte gebunden ist. Seine Beziehung zu globalen Rahmen ist bei präzisen zeitabhängigen Aufgaben zu beachten.

GRS80 · Geodetic Reference System 1980. In dieser Vorlesung ist insbesondere das zugehörige Referenzellipsoid gemeint, auf dem ETRS89-Koordinaten und die vergleichenden Kartenberechnungen beruhen.

ITRS / ITRF · International Terrestrial Reference System bezeichnet die internationalen Konventionen. International Terrestrial Reference Frame bezeichnet ihre konkrete Realisierung durch Stationskoordinaten und Geschwindigkeiten.

Gauß–Krüger / GK · Winkeltreue transversale Mercatorabbildung in Meridianstreifen. Die hier behandelte deutsche Konvention verwendet 3°-Streifen und einen Massstabsfaktor von 1 am Mittelmeridian. Historische deutsche GK-Daten häufig mit DHDN-Bezug.

UTM · Universal Transverse Mercator: weltweites System transversaler Mercatorabbildungen, regulär 60 Längenzonen von je 6°. Es deckt 80° Süd bis 84° Nord ab; für Norwegen und Spitzbergen bestehen Zonenausnahmen.

UPS · Universal Polar Stereographic: polare stereografische Abbildung für die Gebiete jenseits der UTM-Abdeckung. Sie ergänzt UTM, damit auch die Polargebiete mit einem ebenen Gitter beschrieben werden können.

MGRS · Military Grid Reference System: kompakte Gitteradressierung auf Basis von UTM beziehungsweise UPS mit Zonen-/Gebietskennung, Buchstaben für 100-km-Quadrate und weiteren Stellen. Es ist eine Adressierungsweise, keine zusätzliche Projektionsfamilie.

DHDN · Deutsches Hauptdreiecksnetz: historischer deutscher Lagebezug auf dem Bessel-Ellipsoid. Ein Wechsel zu ETRS89 verlangt neben einer eventuellen Projektionsumrechnung einen geeigneten geodätischen Bezugswechsel.

DHHN2016 / NHN · Deutsches Haupthöhennetz 2016 ist der deutsche Höhenrahmen mit Normalhöhen. NHN bedeutet Normalhöhennull. Für den Übergang von passenden ellipsoidischen Höhen dient ein dazugehöriges Quasigeoidmodell, zum Beispiel GCG2016.

LHN95 · Landeshöhennetz 1995: Schweizer Höhenrahmen mit rigorosen orthometrischen Höhen und Berücksichtigung von Höhenänderungen. Er ist von den amtlichen Gebrauchshöhen in LN02 zu unterscheiden.

LN02 · Landesnivellement 1902: Schweizer Gebrauchshöhenrahmen aus Nivellements. Seine Höhenwerte unterscheiden sich systematisch von LHN95; die Namen beider Höhenrahmen sind beim Vergleichen von Daten ausdrücklich anzugeben.

8 · Projektionsfamilien und Hin-/Rückrechnung

Stereografische Abbildung · Azimutale, lokal winkeltreue Kartenabbildung. Im polaren Kugelbeispiel werden Meridiane zu Strahlen und Breitenkreise zu konzentrischen Kreisen. Der dem Zentrum gegenüberliegende Punkt liegt im Unendlichen.

Lambert-Kegelprojektion, winkeltreu · Konische, lokal winkeltreue Abbildung. In der Variante mit zwei Standardbreiten stimmt dort der lokale Längenmassstab. Sie eignet sich besonders für Ost–West-orientierte Gebiete mittlerer Breiten.

Standardbreite · Festgelegter Breitenkreis, an dem der lokale Massstab einer normal ausgerichteten Projektion dem Wert eins entspricht. Im Lambert-Lehrbeispiel sind dies 30° und 60° Nord.

Hilfsbreite und Hilfslänge · Winkel eines Punktes in einem für die Abbildung gedrehten Kugelrahmen. Sie erklären normale, transversale und schiefe Anordnungen. Eine reine Änderung der Bildschirmansicht verändert diese Winkel nicht.

Inverse Projektion · Rückwärts angewandte Kartenabbildung: Aus ebenen Kartenkoordinaten werden geodätische Breite und Länge im festgelegten Bezug. Dafür müssen Projektionsparameter, Einheiten und Koordinatenreihenfolge bekannt sein.

Rückprüfung · Kontrollrechnung: Eingabe vorwärts umrechnen und aus dem Ergebnis zurückrechnen. Die Abweichung zeigt Rechen- oder Rundungskonsistenz; ein falsch angenommener Ausgangsbezug wird zusätzlich durch Metadaten und bekannte Kontrollpunkte geprüft.

Folie 1 · Geodätische Koordinatensysteme

ZEIT

00:00–01:00 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Zuerst die Begriffe, dann ihre Anwendung an Bildern und Zahlen.
- Ein Gebäude bleibt beim Koordinatenwechsel am selben Ort.
- Erdbezug, Koordinatenart und Kartenabbildung getrennt verstehen.
- Das 3D-Labor macht die einzelnen Schritte nachvollziehbar.

SPRECHTEXT

Die Weltkarte zeigt Kontinente und ein Netz aus Linien. Hinter diesem vertrauten Bild stehen genaue Regeln: Was bedeutet Breite, worauf bezieht sich eine Höhe und wie gelangt ein Punkt von der Erde in eine Karte?

Wir bauen diese Regeln heute von Grund auf auf. Zuerst klären wir die Begriffe an einfachen räumlichen Bildern. Danach verfolgen wir, wie aus einer Position verschiedene Koordinaten entstehen. Schliesslich vergleichen wir Kartenprojektionen räumlich und rechnen einen Punkt Schritt für Schritt zwischen Breite und Länge, Gauß–Krüger und UTM um. Auch den Rückweg prüfen wir.

Unser gedanklicher Bezugspunkt ist ein Gebäude. Wenn wir seine Koordinaten umrechnen, bleibt es an derselben Stelle. Wir verändern die Beschreibung seines Ortes. In den 3D-Versuchen sehen wir genau, welche Zahlen und Linien sich dabei verändern. Das Online-Labor steht nach der Vorlesung für eigene Versuche bereit.

AKTION

Das Gradnetz zeigen. Ein Gebäude als festen gedanklichen Bezugspunkt einführen; den Weg von den Begriffen zur Anwendung ankündigen.

QUELLEN

[course] Inhaltliche Grundlage und Abbildungen: GEOG143, Vorlesung 5, Geodätische Koordinatensysteme, Prof. Dr. C. Schmullius, Universität Jena. Einzelquellen siehe Abbildungsnachweise.

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

[original-4] Originalabbildung image4.png, GEOG143 Originalfolie(n) 1, 36. Quelle laut Ausgangsdeck: Rohwedder (2006). Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 2 · Unser Lernweg: erst die Begriffe, dann die Karte

ZEIT

01:00–02:15 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Der Einstieg definiert das Grundvokabular und den räumlichen Bezug.
- 3D-Versuche erklären Koordinatenwechsel, Bezug und Höhen.
- Konkrete Projektionsfamilien und ihre Verzerrungen vergleichen.
- Geodätische Winkel, Gauß–Krüger und UTM nachvollziehbar ineinander umrechnen.

SPRECHTEXT

Die vier Kästen ordnen unseren Lernweg. Im ersten Abschnitt bauen wir ein gemeinsames Glossar auf: Was sind Koordinaten, ein kartesisches System, ein Ellipsoid und ein geodätisches Datum? Danach können wir Breite, Länge, Höhe und Kartenkoordinaten auseinanderhalten.

Im zweiten Abschnitt wenden wir die Begriffe an. Wir beschreiben denselben Punkt durch Winkel oder durch drei Strecken, ändern seinen Bezug und vergleichen Höhen. Die 3D-Versuche verbinden die Definitionen mit sichtbaren Veränderungen.

Im dritten Abschnitt übertragen wir das Gradnetz in die Ebene. Wir vergleichen konkrete azimutale, konische und zylindrische Entwürfe in 3D und unterscheiden ihre Treueeigenschaften. Im vierten Abschnitt entschlüsseln wir Gauß–Krüger und UTM. Ein gemeinsamer Jena-Lehrpunkt begleitet die Hinrechnung, den Systemwechsel und die Rückprüfung.

Am Ende können Sie drei Fragen beantworten: Was bedeuten diese Koordinaten? Welcher Bezug gehört dazu? Und welche Umrechnung oder Projektion passt zur Aufgabe?

AKTION

Die vier Abschnitte nacheinander zeigen. Die drei Lernziele aussprechen: Koordinaten erklären, Bezug benennen, passende Operation auswählen.

QUELLEN

[course] Inhaltliche Grundlage und Abbildungen: GEOG143, Vorlesung 5, Geodätische Koordinatensysteme, Prof. Dr. C. Schmullius, Universität Jena. Einzelquellen siehe Abbildungsnachweise.

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

Folie 3 · Koordinaten: Zahlen bekommen eine räumliche Bedeutung

ZEIT

02:15–03:15 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Geodäsie beschreibt Erde, Positionen und deren Veränderungen.
- Koordinaten sind geordnete Zahlen für eine Position.
- Ein Koordinatensystem legt die Bedeutung dieser Zahlen fest.
- Für eine Ortsangabe auf der Erde gehört ein räumlicher Bezug dazu.

SPRECHTEXT

Geodäsie bestimmt Form, Grösse und Schwerefeld der Erde sowie die Lage und Veränderung von Objekten. In dieser Vorlesung geht es um die geometrische Beschreibung ihrer Position.

Koordinaten sind geordnete Zahlen. Denken Sie zunächst an einen Punkt auf kariertem Papier: drei Kästchen nach rechts und zwei nach oben. Die Zahlen drei und zwei werden erst verständlich, wenn wir wissen, wo wir beginnen, in welche Richtungen wir zählen und wie gross ein Kästchen ist.

Ein Koordinatensystem legt die Regeln fest, mit denen wir eine Position beschreiben. Dazu gehören die Koordinatenachsen, ihre Reihenfolge und die Einheiten. Je nach System verwenden wir Strecken oder Winkel. Für Positionen auf der Erde kommt ein festgelegter Erdbezug hinzu. Diesen geodätischen Bezug nennen wir Datum und erklären ihn gleich gesondert.

AKTION

Das Beispiel mit drei Kästchen nach rechts und zwei nach oben erläutern. Zahlen, Regeln und den später definierten Erdbezug unterscheiden.

QUELLEN

[proj-crs] PROJ — Cartographic projection: Abbildung und Projektionsparameter
https://proj.org/en/stable/usage/projections.html

[bkg-transform] BKG — Koordinatenreferenzsysteme
https://crs.bkg.bund.de/

[ogc-referencing] OGC Abstract Specification Topic 2 (18-005r4): Referencing by coordinates, Abschnitte 9–11 — Koordinatensysteme, Datum/Referenzrahmen und CRS.
https://docs.ogc.org/as/18-005r4/18-005r4.html

Folie 4 · Kartesisch: ein Ursprung und rechtwinklige Achsen

ZEIT

03:15–04:15 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Kartesische Achsen stehen rechtwinklig aufeinander.
- Zwei Achsen beschreiben eine Ebene, drei den Raum.
- Koordinaten sind gerichtete Strecken mit Vorzeichen und Einheit.
- Der Ursprung kann lokal oder im Erdzentrum liegen.

SPRECHTEXT

Kartesisch bedeutet: Wir verwenden geradlinige Achsen, die rechtwinklig aufeinanderstehen. In einer Ebene reichen zwei Achsen, im Raum verwenden wir drei. Ihr gemeinsamer Ausgangspunkt heisst Ursprung; in der Zeichnung ist er mit O bezeichnet.

Die drei Koordinaten sagen, wie weit wir vom Ursprung in jeder Achsenrichtung gehen. Die Hilfslinien führen nacheinander entlang x, y und z zum Punkt P. Ein positives Vorzeichen weist in Pfeilrichtung, ein negatives in die Gegenrichtung. Hier werden die Strecken in Metern angegeben.

Der Ursprung kann beispielsweise in einem Zimmer, auf einer Baustelle oder im Erdzentrum liegen. Kartesisch bedeutet daher nicht automatisch erdzentriert. Erst die Festlegung des Ursprungs und der Achsenorientierung sagt, welches konkrete System vorliegt. Die schräge Darstellung auf der Folie ist eine Perspektive auf räumlich rechtwinklige Achsen.

AKTION

Ursprung O, die drei Achsen und danach den Weg über die Hilfslinien zu P zeigen. Allgemeines kartesisches System und den späteren Spezialfall Erdzentrum unterscheiden.

QUELLEN

[proj-crs] PROJ — Cartographic projection: Abbildung und Projektionsparameter
https://proj.org/en/stable/usage/projections.html

[proj-cart] PROJ — Geodetic to Cartesian conversion
https://proj.org/en/stable/operations/conversions/cart.html

[ogc-referencing] OGC Abstract Specification Topic 2 (18-005r4): Referencing by coordinates, Abschnitte 9–11 — Koordinatensysteme, Datum/Referenzrahmen und CRS.
https://docs.ogc.org/as/18-005r4/18-005r4.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#definitionen

Folie 5 · Drei Flächen: Gelände, Ellipsoid und Geoid

ZEIT

04:15–05:15 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Gelände bezeichnet die tatsächliche Oberfläche.
- Das Ellipsoid ist eine glatte geometrische Rechenfläche.
- Das Geoid ist eine ausgewählte Niveaufläche des Erdschwerefeldes.
- Unterschiedliche Bezugsflächen führen zu unterschiedlichen Höhenangaben.

SPRECHTEXT

Für Koordinaten auf der Erde unterscheiden wir drei Flächen. Oben liegt das grüne Gelände: die tatsächliche Oberfläche mit Bergen und Tälern. Darauf steht unser Gebäude.

Die glatte Fläche unten ist ein Ausschnitt des Ellipsoids. Dieses leicht abgeplattete Erdmodell lässt sich mathematisch genau beschreiben. Es ist unsere geometrische Rechenfläche für Positionen. Seine Form klären wir auf der nächsten Folie.

Die blaue Fläche dazwischen steht für das Geoid. Es ist eine ausgewählte Niveaufläche des Erdschwerefeldes. Anschaulich knüpft sie an den mittleren Meeresspiegel an und wird unter den Kontinenten weitergedacht. Sie dient als Bezug für physikalisch begründete Höhen.

Die Flächenabstände sind stark überhöht. Wir merken uns ihre Aufgaben: Gelände ist die reale Oberfläche, Ellipsoid die geometrische Rechenfläche, Geoid eine Fläche des Schwerefeldes. Dadurch verstehen wir später, weshalb dasselbe Gebäude unterschiedliche Höhenzahlen erhalten kann.

AKTION

Zuerst Gelände, dann Ellipsoid und Geoid zeigen; die Farben und die überhöhten Abstände ausdrücklich zuordnen.

QUELLEN

[nga-wgs84] NGA Geomatics — World Geodetic System 1984
https://earth-info.nga.mil/?action=wgs84&dir=wgs84

[bkg-gcg2016] BKG — GCG2016 und Normalhöhen
https://gibs.bkg.bund.de/geoid/gserlaeuter_g.php

[swisstopo-lhn95] swisstopo — National height network LHN95
https://www.swisstopo.admin.ch/en/national-height-network-lhn95

Folie 6 · Ellipsoid: das geometrische Modell der Erde

ZEIT

05:15–06:30 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Ein Rotationsellipsoid entsteht durch Drehung einer Ellipse.
- a reicht zum Äquator, b zum Pol; die Abplattung beschreibt ihren relativen Unterschied.
- Die tatsächliche Abplattung der Erde ist gering.
- Das benannte Ellipsoid bestimmt Form und Grösse der geometrischen Rechenfläche.

SPRECHTEXT

Die Zeichnung zeigt einen Schnitt durch ein Rotationsellipsoid. Die waagerechte Halbachse a reicht vom Mittelpunkt zum Äquator, die senkrechte Halbachse b zum Pol. Durch Drehung der Ellipse um ihre kurze Achse entsteht die räumliche Form. Weil b etwas kleiner ist als a, ist das Modell an den Polen abgeplattet.

Die Abplattung f beschreibt diesen Unterschied relativ zur grossen Halbachse. Je kleiner f, desto ähnlicher wird die Form einer Kugel. Die Zeichnung verstärkt den Unterschied, damit wir ihn sehen.

Ein bekanntes Beispiel ist das Ellipsoid von WGS84, ausgeschrieben World Geodetic System 1984. Seine grosse Halbachse beträgt genau 6 378 137 Meter. Die Zahlen sind festgelegte Modellparameter. Wir müssen sie nicht auswendig lernen: Entscheidend ist, dass das benannte Ellipsoid Form und Grösse der Rechenfläche bestimmt. Wie diese Rechenfläche mit der realen Erde verbunden ist, klärt anschliessend der geodätische Bezug.

AKTION

Die beiden Halbachsen vom Mittelpunkt aus verfolgen; die Abplattungsformel in derselben Reihenfolge erklären.

QUELLEN

[nga-wgs84] NGA Geomatics — World Geodetic System 1984
https://earth-info.nga.mil/?action=wgs84&dir=wgs84

[proj-ellipsoids] PROJ — Ellipsoids
https://proj.org/en/stable/usage/ellipsoids.html

Folie 7 · Geodätische Koordinaten: Breite, Länge und Höhe

ZEIT

06:30–07:45 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Geodätische Koordinaten bestehen aus φ, λ und h.
- Länge λ ist der Winkel zwischen Nullmeridian- und Punktmeridianebene.
- Breite φ richtet sich nach der Ellipsoidnormalen.
- Höhe h ist eine Strecke entlang der Normalen.
- Das Kugelbild zeigt die Übersicht; der folgende Schnitt präzisiert φ.

SPRECHTEXT

Geodätische Koordinaten bestehen aus zwei Winkeln und einer Höhe. Die Breite heisst Phi, die Länge Lambda und die ellipsoidische Höhe h.

Zuerst zur Länge: Ein Meridian verbindet die Pole und Orte gleicher Länge. Seine Ebene enthält die Erdachse. Der Nullmeridian ist die festgelegte Ausgangsrichtung. Lambda misst den Winkel zwischen seiner Ebene und der Meridianebene unseres Punktes. Östliche Längen zählen hier positiv, westliche negativ. Geografische Länge ist ein Winkel, keine Strecke.

Für die Breite benötigen wir die Normale: die Richtung senkrecht auf dem Ellipsoid. Phi misst ihren Winkel zur Äquatorebene. Diese Ebene liegt senkrecht zur Erdachse durch den Mittelpunkt. Am Äquator beträgt die Breite null Grad, nach Norden ist sie positiv, nach Süden negativ.

Die Höhe h führt entlang der Normalen vom Ellipsoid zum Punkt. Im Globusbild verwenden wir zur Übersicht eine Kugel; dort verläuft die Normale durch den Mittelpunkt. Die genaue Besonderheit des Ellipsoids sehen wir unmittelbar danach im Schnittbild.

AKTION

Am Globus zuerst Nullmeridian und Punktmeridian, dann λ, φ und h zeigen. Die Kugelvereinfachung ausdrücklich benennen und zum Ellipsoidschnitt überleiten.

QUELLEN

[proj-cart] PROJ — Geodetic to Cartesian conversion
https://proj.org/en/stable/operations/conversions/cart.html

[nga-wgs84] NGA Geomatics — World Geodetic System 1984
https://earth-info.nga.mil/?action=wgs84&dir=wgs84

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#definitionen

Folie 8 · Normale und Radius: weshalb die genaue Definition zählt

ZEIT

07:45–09:00 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Der Meridianschnitt enthält Erdachse und Punkt.
- Radius vom Erdzentrum und Ellipsoidnormale sind verschiedene Richtungen.
- φ gehört zur Normalen, ψ zum Radius.
- Hier liegt P auf dem Ellipsoid: h = 0.
- Die verstärkte Abplattung dient nur der anschaulichen Erklärung.

SPRECHTEXT

Jetzt vergrössern wir den Unterschied, den das Kugelbild nicht zeigen konnte. Ein Meridianschnitt verläuft durch die Erdachse und unseren Punkt. Die goldene Linie führt vom Mittelpunkt O zum Punkt auf dem Ellipsoid. Das ist der Radius. Sein Winkel zur Äquatorebene heisst geozentrische Breite Psi.

Die grüne Linie steht senkrecht auf der Ellipsoidoberfläche. Das ist die Normale. Ihr Winkel zur Äquatorebene heisst geodätische Breite Phi. Der grüne Winkelbogen liegt an einer parallelen Hilfslinie; dadurch können wir die Richtung gut vergleichen.

Der Punkt P liegt hier direkt auf dem Ellipsoid, also gilt h gleich null. Bei positiver Höhe läge er weiter aussen entlang der Normalen. Die Abplattung ist zur Erklärung stark verstärkt. Auf einer Kugel fallen Normalenrichtung und Radius zusammen. Beim Ellipsoid unterscheiden sie sich im Allgemeinen; am Äquator und an den Polen stimmen sie wieder überein.

AKTION

Radius und Normale getrennt verfolgen; die beiden Winkelbögen und zuletzt die Beschriftung Q = P (h = 0) zeigen.

QUELLEN

[proj-cart] PROJ — Geodetic to Cartesian conversion
https://proj.org/en/stable/operations/conversions/cart.html

[nga-wgs84] NGA Geomatics — World Geodetic System 1984
https://earth-info.nga.mil/?action=wgs84&dir=wgs84

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=coordinates&view=section#labor

Folie 9 · Geodätisches Datum: der Bezug unserer Zahlen zur Erde

ZEIT

09:00–10:00 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Geodätisches Datum bezeichnet den räumlichen Erdbezug.
- Ellipsoidform und räumliche Verankerung erfüllen unterschiedliche Aufgaben.
- Stationskoordinaten machen den Bezug praktisch nutzbar.
- Den konkret benannten Referenzrahmen beim Zusammenführen von Daten mitlesen.

SPRECHTEXT

Wir kennen nun die Form des Ellipsoids und die Regeln der Koordinaten. Jetzt verbinden wir diese Beschreibung mit der realen Erde. Dieser geodätische Bezug heisst Datum. Hier bedeutet Datum also nicht einen Kalendertag.

Anschaulich können wir dasselbe Achsengerüst an verschiedenen Stellen aufbauen oder unterschiedlich ausrichten. Dadurch erhält ein fester Punkt andere Zahlen. Ein geodätisches Datum legt den räumlichen Bezug so fest, dass verschiedene Messungen zusammenpassen. Das Ellipsoid beschreibt dabei die Form der Rechenfläche; es allein bestimmt noch nicht den vollständigen Bezug.

Bekannte Koordinaten von vermessenen Stationen machen diesen Bezug praktisch zugänglich. Sie realisieren einen konkreten Referenzrahmen. Datum und Referenzrahmen beschreiben dabei den eng zusammenhängenden geodätischen Bezug. Für uns zählt die praktische Frage: Auf welchen konkret benannten Bezug beziehen sich die Koordinaten? Diesen Bezug lesen wir mit, bevor wir Datensätze kombinieren.

AKTION

Die Abfolge Ellipsoid, Erdbezug und vermessene Stationen zeigen. „Datum“ vom Kalenderdatum abgrenzen; den Referenzrahmen als praktisch nutzbaren Bezug erklären.

QUELLEN

[proj-helmert] PROJ — Helmert transform
https://proj.org/en/stable/operations/transformations/helmert.html

[nga-wgs84] NGA Geomatics — World Geodetic System 1984
https://earth-info.nga.mil/?action=wgs84&dir=wgs84

[ogc-referencing] OGC Abstract Specification Topic 2 (18-005r4): Referencing by coordinates, Abschnitte 9–11 — Koordinatensysteme, Datum/Referenzrahmen und CRS.
https://docs.ogc.org/as/18-005r4/18-005r4.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#definitionen

Folie 10 · CRS: Koordinatenregeln und Erdbezug gehören zusammen

ZEIT

10:00–11:00 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- CRS bedeutet Koordinatenreferenzsystem.
- Koordinatensystem und Datum bilden die gemeinsame Ortsbeschreibung.
- Ein projiziertes CRS legt auch Projektion und Parameter fest.
- Höhenbezug und bei Bedarf Koordinatenepoche ergänzen die Angabe.

SPRECHTEXT

CRS ist die englische Abkürzung für Coordinate Reference System, auf Deutsch Koordinatenreferenzsystem. Es verbindet ein Koordinatensystem mit seinem Datum. Die Regeln der Zahlen und ihr Bezug zur Erde werden damit gemeinsam festgelegt.

Bei geodätischen Koordinaten lesen wir beispielsweise Breite und Länge, die Winkeleinheit und den benannten Bezug. Bei einer Karte gehört ausserdem eine definierte Projektion mit ihren Parametern dazu. Dazu zählen etwa die gewählte Zone und deren Mittelmeridian. Diese Begriffe werden wir beim Kartennetzentwurf ausführen.

Eine Höhenangabe benötigt ihren passenden Höhenbezug. Bei zeitabhängigen präzisen Koordinaten ergänzen wir die Epoche. Das ist der Zeitpunkt, für den die Koordinaten gelten, beispielsweise weil sich eine Station mit einer Kontinentalplatte bewegt.

Unser Merksatz ist einfach: Zum Punkt gehören die Zahlen, ihre Bedeutung und ihr räumlicher Bezug. Genau diese Angaben suchen wir später am Kartenrand wieder.

AKTION

Die drei Zeilen lesen. CRS ausschreiben; Koordinatenregeln, Datum und zusätzliche Kartenparameter sprachlich trennen. Epoche als Zeitpunkt definieren.

QUELLEN

[proj-crs] PROJ — Cartographic projection: Abbildung und Projektionsparameter
https://proj.org/en/stable/usage/projections.html

[bkg-transform] BKG — Koordinatenreferenzsysteme
https://crs.bkg.bund.de/

[bkg-etrs89] BKG — Description of CRS: ETRS89-LatLonh
https://crs.bkg.bund.de/crs/eu-description.php?crs_id=Y0VUUlM4OS1MYXRMb25o

[ogc-referencing] OGC Abstract Specification Topic 2 (18-005r4): Referencing by coordinates, Abschnitte 9–11 — Koordinatensysteme, Datum/Referenzrahmen und CRS.
https://docs.ogc.org/as/18-005r4/18-005r4.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#definitionen

Folie 11 · Geozentrisch-kartesisch: XYZ mit Ursprung im Erdzentrum

ZEIT

11:00–12:15 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- ECEF bedeutet erdzentriert und erdfest.
- Der Ursprung liegt im Erdzentrum; die Achsen folgen der Erdrotation.
- X, Y und Z sind drei gerichtete Strecken in Metern.
- Bei festgelegtem Bezug beschreiben φ, λ, h und XYZ denselben Punkt.

SPRECHTEXT

Nun wenden wir das kartesische Prinzip auf die ganze Erde an. Der Ursprung liegt im Erdzentrum. Die Achsen sind an die rotierende Erde gebunden. Diese Beschreibung heisst ECEF, ausgeschrieben Earth-Centred, Earth-Fixed: erdzentriert und erdfest.

X weist zum Schnitt des Äquators mit null Grad Länge, Y zum Äquator bei neunzig Grad Ost und Z in Richtung Nordpol. Die drei Achsen stehen räumlich senkrecht aufeinander. Die Perspektive auf der Folie verändert nur ihre sichtbaren Winkel.

Die goldenen Hilfslinien zerlegen den Ortsvektor zum Punkt P in drei Komponenten. Alle drei Werte X, Y und Z sind gerichtete Strecken in Metern. Ihr Ursprung ist das Erdzentrum; sie sind weder Oberflächenentfernungen noch Höhen über dem Gelände.

Bei festgelegtem Bezug und Ellipsoid können wir zwischen Breite, Länge, Höhe und XYZ umrechnen. Der Punkt bleibt derselbe. Genau diese Umrechnung werden wir nach dem Begriffsüberblick Schritt für Schritt verfolgen.

AKTION

Die drei blauen Achsen zeigen; die goldenen Teilstrecken bis P verfolgen und die räumliche Rechtwinkligkeit von der Bildschirmansicht unterscheiden.

QUELLEN

[proj-cart] PROJ — Geodetic to Cartesian conversion
https://proj.org/en/stable/operations/conversions/cart.html

Folie 12 · Höhe: erst die Bezugsfläche, dann die Zahl

ZEIT

12:15–13:30 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Ellipsoidische Höhe h beginnt am Ellipsoid.
- Orthometrische Höhe H bezieht sich auf das Geoid.
- N beschreibt den Abstand zwischen den Bezugsflächen.
- Radius, ellipsoidische Höhe und physikalische Höhe unterscheiden.
- Für amtliche Höhen das zum Zielsystem passende Modell verwenden.

SPRECHTEXT

Die Höhe braucht eine eigene Definition. Unser Punkt P steht über zwei Bezugsflächen. Die grüne Strecke h beginnt am Ellipsoid und führt bis P: Das ist die ellipsoidische Höhe. Die orange Strecke H bezieht sich auf das Geoid und bezeichnet die orthometrische Höhe.

Der blaue Abstand N zwischen den Bezugsflächen heisst Geoidundulation. In der vereinfachten Zeichnung setzt sich die längere Strecke aus zwei kürzeren zusammen: h ist ungefähr H plus N. Wir lesen das zunächst als räumlichen Zusammenhang. Eine strenge Behandlung berücksichtigt die unterschiedlichen Messrichtungen.

GNSS, ausgeschrieben Global Navigation Satellite System, bedeutet Satellitennavigation. Daraus erhalten wir eine geometrische Position und eine ellipsoidische Höhe. Für ein amtliches Höhensystem brauchen wir ein passendes Modell für den Übergang zwischen den Höhenbezugsflächen.

Der wichtige Unterschied lautet: Ein Radius beginnt im Erdzentrum, h am Ellipsoid und H am Geoid. Dieselbe Position kann deshalb verschiedene Höhenzahlen besitzen. Die passenden amtlichen Höhenarten und den anschaulichen Höhenversuch behandeln wir im nächsten Abschnitt.

AKTION

Die drei farbigen Strecken jeweils von ihrer unteren Bezugsfläche bis zum Endpunkt verfolgen; h als Summe von H und N erklären.

QUELLEN

[bkg-gcg2016] BKG — GCG2016 und Normalhöhen
https://gibs.bkg.bund.de/geoid/gserlaeuter_g.php

[swisstopo-lhn95] swisstopo — National height network LHN95
https://www.swisstopo.admin.ch/en/national-height-network-lhn95

Folie 13 · Kartennetzentwurf: vom Gradnetz zur ebenen Karte

ZEIT

13:30–14:45 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Meridiane verbinden gleiche Länge, Breitenkreise gleiche Breite.
- Ein Kartennetzentwurf ist die mathematische Abbildung des Gradnetzes in die Ebene.
- Aus φ und λ werden ebene Kartenkoordinaten; Höhe bleibt eine eigene Angabe.
- Die gewünschte Treueeigenschaft bestimmt den Umgang mit Verzerrung.

SPRECHTEXT

Ein Gradnetz besteht aus Meridianen gleicher Länge und Breitenkreisen gleicher Breite. Ein Kartennetzentwurf legt mathematisch fest, wie dieses Netz in der Ebene dargestellt wird. Wir sprechen auch von Kartenprojektion.

Links sehen wir einen Punkt auf der Kugel, rechts seine Lage in der Karte. Der Pfeil bedeutet: Aus Breite Phi und Länge Lambda werden zwei ebene Koordinaten x und y. Die Höhe ist damit noch nicht festgelegt; sie wird separat behandelt.

Die gekrümmte Erdoberfläche lässt sich nur mit Verzerrungen in eine Ebene übertragen. Eine Orangenschale macht das anschaulich: Beim Flachlegen verändert sich ihre Form oder sie reisst. In einer Karte wählen wir deshalb gezielt, welche Eigenschaft erhalten bleibt, etwa die Fläche oder lokale Winkel.

Der Pfeil steht für eine mathematische Regel, nicht allgemein für einen Lichtstrahl. Damit ist unser Begriffsgerüst vollständig: Erdmodell, Bezug, räumliche Koordinaten und ihre Kartenabbildung. Nach der Anwendung der Koordinatenbegriffe vergleichen wir die Entwürfe systematisch.

AKTION

Den Punkt links, den Pfeil und den Punkt rechts nacheinander zeigen; die Zeichen in der Zuordnung darunter benennen.

QUELLEN

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

Folie 14 · Unser Glossar im Zusammenhang: vier Koordinatenarten

ZEIT

14:45–16:00 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Geodätisch: φ, λ und h, bezogen auf ein Ellipsoid.
- Geozentrisch-sphärisch: ψ, λ und Radius r vom Erdzentrum.
- Geozentrisch-kartesisch: X, Y und Z vom Erdzentrum.
- Projiziert: E und N in der Ebene; Höhe separat.
- Jede Koordinatenart benötigt Einheiten und einen benannten Bezug.

SPRECHTEXT

Die vier Kästen verbinden die eben eingeführten Begriffe. Oben links stehen geodätische Koordinaten: Breite Phi nach der Ellipsoidnormalen, Länge Lambda und Höhe h über dem Ellipsoid.

Oben rechts beginnt die Beschreibung im Erdzentrum. Wir verwenden den Radius r, die geozentrische Breite Psi und die Länge. Das heisst geozentrisch-sphärisch. Sphärisch bezeichnet die Koordinatenart; unser Punkt muss deshalb nicht auf einer Kugeloberfläche liegen.

Unten links liegt der Ursprung ebenfalls im Erdzentrum. Statt zweier Winkel und eines Radius verwenden wir drei rechtwinklige Komponenten X, Y und Z. Das ist geozentrisch-kartesisch.

Unten rechts steht das Ergebnis einer Kartenprojektion: E und N, englisch Easting und Northing, also Ost- und Nordwert in einer Ebene. Eine Höhe ergänzen wir separat. In allen vier Fällen lesen wir Einheiten und Bezug mit. Ab jetzt verwenden wir diese Begriffe, um denselben Ort in verschiedenen Darstellungen zu verfolgen.

AKTION

Jeden Kasten mit der vorangegangenen Begriffsfolie verbinden. Radius r und Höhe h besonders unterscheiden; danach die Anwendung der Begriffe ankündigen.

QUELLEN

[proj-cart] PROJ — Geodetic to Cartesian conversion
https://proj.org/en/stable/operations/conversions/cart.html

[proj-crs] PROJ — Cartographic projection: Abbildung und Projektionsparameter
https://proj.org/en/stable/usage/projections.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#definitionen

Folie 15 · Winkel lesen: Grad, Minuten, Sekunden und Bogenmass

ZEIT

16:00–17:15 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Grad, Winkelminuten und Winkelsekunden beschreiben Winkel, keine Zeit.
- Dezimalgrad = Grad + Minuten/60 + Sekunden/3600.
- Das Mannheim-Beispiel bleibt in beiden Schreibweisen derselbe Winkel.
- Bogenmass entsteht durch Multiplikation mit π/180.
- Einheit und Vorzeichen gelten für die gesamte Winkelangabe.

SPRECHTEXT

Die Begriffe stehen. Bevor wir mit ihnen rechnen, klären wir die Schreibweise der Winkel. Ein Grad besteht aus sechzig Winkelminuten, eine Winkelminute aus sechzig Winkelsekunden. Die Striche bezeichnen hier Winkel und keine Zeitdauer.

Unser Mannheim-Beispiel lautet 49 Grad, 29 Minuten und 13,6 Sekunden Nord. Für Dezimalgrad bleiben die vollen Grad stehen; die Minuten teilen wir durch sechzig, die Sekunden durch dreitausendsechshundert. Zusammen ergibt das 49,487111 und weitere Nachkommastellen. Die Winkelgrösse bleibt gleich.

Bogenmass ist das Verhältnis einer Kreisbogenlänge zum zugehörigen Radius. Diese Winkeleinheit heisst Radiant. Für die trigonometrischen Formeln benötigen wir Bogenmass. Dazu multiplizieren wir den Dezimalgradwert mit Pi durch 180. Im Labor wird diese Umrechnung intern vorgenommen; das Bedienfeld zeigt weiterhin Grad.

Bei südlichen Breiten und westlichen Längen gehört zusätzlich das negative Vorzeichen zur gesamten Winkelangabe. Deshalb lesen wir Einheit und Himmelsrichtung immer mit, bevor wir einen Wert in eine Formel oder Software übernehmen.

AKTION

Die Umrechnungszeilen verfolgen; das Mannheim-Beispiel im Merksatz aussprechen und die unveränderte Winkelgrösse betonen.

QUELLEN

[proj-cart] PROJ — Geodetic to Cartesian conversion
https://proj.org/en/stable/operations/conversions/cart.html

[course] Inhaltliche Grundlage und Abbildungen: GEOG143, Vorlesung 5, Geodätische Koordinatensysteme, Prof. Dr. C. Schmullius, Universität Jena. Einzelquellen siehe Abbildungsnachweise.

Folie 16 · Die Umrechnung lässt sich in drei Bausteinen lesen

ZEIT

17:15–18:45 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- ν ist ein breitenabhängiger Krümmungsradius; e² beschreibt die Ellipsoidform.
- (ν + h) cos φ ist der Abstand des Punktes von der Erdachse.
- Die Länge Lambda verteilt diesen Anteil auf X und Y.
- Am Äquator und Nullmeridian mit h = 0 folgt (X, Y, Z) = (a, 0, 0).
- Eine Änderung nur der Länge lässt Z unverändert.

SPRECHTEXT

Wir lesen die Formeln von ihren gemeinsamen Bausteinen aus. Phi und Lambda sind Breite und Länge, h ist die ellipsoidische Höhe. Nü, das Zeichen ν, ist ein von der Breite abhängiger Krümmungsradius des Ellipsoids. Der Parameter e zum Quadrat beschreibt dessen Form und ergibt sich aus der Abplattung f. Bei einer Kugel ist er null.

Die ersten beiden Zeilen beginnen gleich: Nü plus h, multipliziert mit dem Kosinus der Breite. Das ergibt den Abstand des Punktes von der Erdachse. Kosinus und Sinus der Länge teilen diesen horizontalen Anteil auf X und Y auf.

Die dritte Zeile liefert Z. Hier steht der Sinus der Breite; der Faktor eins minus e zum Quadrat berücksichtigt zusätzlich die Abplattung.

Der Kontrollfall unten macht die Formel greifbar: Am Äquator auf dem Nullmeridian und direkt auf dem Ellipsoid sind Phi, Lambda und h null. Dann folgt X gleich a, Y und Z gleich null. Ausserdem erkennen wir: Wenn nur Lambda verändert wird, bleibt Z gleich, denn Lambda kommt in seiner Formel nicht vor.

AKTION

Den gemeinsamen Faktor in X und Y zeigen, danach die Z-Zeile ohne Lambda. Abschliessend den abgedruckten Kontrollfall lesen.

QUELLEN

[proj-cart] PROJ — Geodetic to Cartesian conversion
https://proj.org/en/stable/operations/conversions/cart.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=coordinates&step=3#berechnung

Folie 17 · 3D-Versuch: von den Winkeln zu den XYZ-Strecken

ZEIT

18:45–21:45 · Dauer 03:00 Minuten; darin 01:48 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Mit unveränderten Eingaben bleiben Punkt und Lage fest.
- Winkel und XYZ-Strecken beschreiben denselben Punkt.
- Nur die Länge ändern: X und Y ändern sich, Z bleibt gleich.
- Die Ansicht drehen verändert keine Koordinate.
- Punktbewegung, Koordinatenumrechnung und Ansichtsänderung getrennt beobachten.

SPRECHTEXT

Ich öffne den Koordinaten-Versuch. Am Anfang sehen wir unseren Punkt bei Jena. Die Eingabewerte sind Breite, Länge und ellipsoidische Höhe. Ich lasse diese Werte zunächst unverändert und schalte die Darstellung weiter.

Zuerst erscheinen die Winkel, danach die drei räumlichen Strecken. Die Erde wird transparenter, damit wir die Komponenten im Inneren erkennen. Achten Sie auf den goldenen Punkt: Er bleibt an derselben Stelle. Die eingeblendeten XYZ-Werte beschreiben genau diese Lage in einer anderen Koordinatenart.

Jetzt ändere ich nur die Länge. Der Punkt wechselt seine Position; X und Y ändern sich. Z bleibt gleich, wie es die Formel erwarten lässt.

Danach stelle ich Jena wieder her und drehe die Ansicht. Nun bleiben alle Koordinaten unverändert. Wir haben drei Vorgänge getrennt beobachtet: Eine Änderung der Eingabe kann den Punkt verschieben. Eine Umrechnung beschreibt denselben Punkt mit anderen Zahlen. Eine Drehung der Ansicht verändert nur unseren Blick darauf.

AKTION

Jena einstellen, die Darstellung bei festen Eingaben fortschalten, nur die Länge ändern, Jena wiederherstellen und zuletzt die Ansicht drehen.

QUELLEN

[proj-cart] PROJ — Geodetic to Cartesian conversion
https://proj.org/en/stable/operations/conversions/cart.html

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=coordinates&step=4#labor

Folie 18 · WGS84 und ETRS89: globaler und europäischer Bezug

ZEIT

21:45–23:15 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Ein bodenfester Messpunkt bewegt sich mit seiner Kontinentalplatte.
- WGS84 ist ein globaler Bezug mit verschiedenen Realisierungen.
- ETRS89 ist an den stabilen Teil der eurasischen Platte gebunden.
- Der europäische Bezug hält Koordinaten dort näherungsweise zeitlich stabil.
- Präzise Vergleiche benötigen Rahmen, Koordinatenepoche und Transformationsweg.

SPRECHTEXT

Der Koordinatenwechsel hat den Bezug festgehalten. Jetzt betrachten wir den Bezug selbst und seine zeitliche Bedeutung. Die Erdkugel mit dem Pfeil und die Zeitachse zeigen, weshalb der Zeitpunkt zu einer präzisen Koordinate gehört. Ein Messpunkt kann fest im Boden verankert sein und sich dennoch mit seiner Kontinentalplatte bewegen.

WGS84 ist ein globaler Bezug, den wir häufig bei Satellitennavigation antreffen. Es gibt davon verschiedene konkrete Realisierungen. ETRS89 bedeutet European Terrestrial Reference System 1989. Es ist an den stabilen Teil der eurasischen Platte gebunden und war zum Bezugszeitpunkt 1989,0 mit dem internationalen terrestrischen System konsistent.

Für eine Station auf dieser Platte hat das unterschiedliche Folgen. In einem globalen Rahmen kann ihre Plattenbewegung als Koordinatenänderung erscheinen. Im europäischen Bezug wird die gemeinsame Bewegung weitgehend mitgeführt; die Koordinaten bleiben dort in erster Näherung stabil. Das erleichtert die Kartenführung und Landesvermessung.

Der Pfeil zeigt das Prinzip, keine massstäbliche Bewegung eines bestimmten Ortes. Auch örtliche Verformungen können eine Rolle spielen. Für einen genauen Vergleich lesen wir daher drei Angaben gemeinsam: den realisierten Rahmen, den Zeitpunkt der Koordinaten und den vorgesehenen Transformationsweg. Eine Übersichtskarte kann kleine Unterschiede verbergen; präzise Messungen müssen sie berücksichtigen.

AKTION

Den Plattenpfeil und anschliessend die Zeitachse zeigen; denselben bodenfesten Messpunkt in beiden Bezügen gedanklich verfolgen.

QUELLEN

[nga-wgs84] NGA Geomatics — World Geodetic System 1984
https://earth-info.nga.mil/?action=wgs84&dir=wgs84

[bkg-etrs89] BKG — Description of CRS: ETRS89-LatLonh
https://crs.bkg.bund.de/crs/eu-description.php?crs_id=Y0VUUlM4OS1MYXRMb25o

[swisstopo-etrs89] swisstopo — European reference systems
https://www.swisstopo.admin.ch/en/european-reference-systems

[proj-helmert] PROJ — Helmert transform
https://proj.org/en/stable/operations/transformations/helmert.html

Folie 19 · Ein fester Punkt, zwei Rahmen

ZEIT

23:15–24:45 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Eine Datumstransformation verbindet zwei geodätische Bezüge.
- Der Punkt bleibt fest; Ursprung, Orientierung und Massstab des Rahmens ändern sich.
- Eine passive Änderung betrifft die Beschreibung; eine aktive Änderung bewegt die Geometrie.
- Reale Transformationen benötigen zum Gebiet und Bezug passende Parameter.

SPRECHTEXT

Eine Datumstransformation überträgt Koordinaten von einem geodätischen Bezug in einen anderen. Das erklären wir an zwei Achsengerüsten. Der Punkt P liegt fest im Raum. Die blauen Achsen bilden den Ausgangsrahmen, die orangefarbenen den Zielrahmen. Die Verbindungslinien beginnen an unterschiedlichen Ursprüngen und enden beide bei P. Schon daran erkennen wir: Derselbe Punkt kann aus zwei Rahmen unterschiedliche Koordinaten erhalten.

Im Versuch verändern wir den Zielrahmen in drei Schritten. Zuerst verschieben wir seinen Ursprung. Dadurch ändern sich die Strecken vom Ursprung zum Punkt. Danach drehen wir die Achsen. Die Verbindung zu P wird nun anders auf die drei Achsenrichtungen verteilt. Zuletzt ändern wir die Grösse eines Einheitsschritts. Wenn ein Schritt grösser wird, benötigen wir für dieselbe Strecke weniger Schritte.

Wir betrachten den Vorgang passiv: Der Punkt bleibt liegen, während sich der Rahmen zum Ablesen seiner Koordinaten ändert. Aktiv wäre eine Bewegung der Geometrie bei festgehaltenem Rahmen.

Die grossen Verschiebungen und Drehungen dienen hier der Anschaulichkeit. Bei realen Datumstransformationen benötigen wir dafür passende Parameter, Einheiten und gegebenenfalls Zeitangaben. Unser Lehrmodell erklärt, weshalb sich Zahlen ändern können, obwohl sich das vermessene Objekt nicht bewegt.

AKTION

Beide Ursprünge und ihre Verbindungslinien zu P zeigen; die drei Änderungen des orangefarbenen Rahmens einzeln erklären.

QUELLEN

[proj-helmert] PROJ — Helmert transform
https://proj.org/en/stable/operations/transformations/helmert.html

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

Folie 20 · 3D-Versuch: die Zahlen folgen dem Rahmen

ZEIT

24:45–27:45 · Dauer 03:00 Minuten; darin 01:48 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Deckungsgleiche Rahmen liefern gleiche Koordinaten.
- P und seine Nachbarpunkte bleiben bei allen Änderungen fest.
- Verschiebung, Drehung und Massstab einzeln beobachten.
- Die Zahlen werden in jedem sichtbaren Zwischenrahmen abgelesen.
- Nullstellung und Massstab eins führen zum Ausgangszustand zurück.

SPRECHTEXT

Im Rahmen-Versuch beginnen wir mit deckungsgleichen Achsen. Beide Rahmen liefern deshalb dieselben Koordinaten für P. Auch die kleinen Nachbarpunkte stehen fest; sie helfen, eine Bewegung des Rahmens von einer Bewegung der Objekte zu unterscheiden.

Ich verschiebe zuerst nur den Ursprung des orangefarbenen Rahmens. Gleichzeitig ändern sich die angezeigten Koordinaten. Jetzt kommt die Drehung hinzu: Der Weg zu P wird anders auf die neuen Achsen verteilt. Zum Schluss ändern wir den Massstab und achten auf die Einheitsschritte.

In jedem Zwischenzustand werden die Koordinaten im gerade sichtbaren Zielrahmen abgelesen. Die Zahlen gehören also genau zu dieser Achsenlage.

Danach setze ich Verschiebung und Drehung auf null sowie den Massstab auf eins zurück. Beide Rahmen und ihre Koordinaten stimmen wieder überein. Diese Rückkehr ist unsere Plausibilitätskontrolle. Die stark vergrösserten Änderungen erklären das Prinzip. Für reale Messdaten benötigen wir einen passenden Transformationsdienst mit dokumentierten Parametern.

AKTION

Mit deckungsgleichen Rahmen starten; Verschiebung, Drehung und Massstab getrennt ändern, dann auf null beziehungsweise eins zurücksetzen.

QUELLEN

[proj-helmert] PROJ — Helmert transform
https://proj.org/en/stable/operations/transformations/helmert.html

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=datum&step=4#labor

Folie 21 · 3D-Versuch: ein Punkt, zwei Höhenangaben

ZEIT

27:45–31:00 · Dauer 03:15 Minuten; darin 01:48 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Zuerst h, H und N im Bild und an den Werten zuordnen.
- Ein grösseres N hebt die Modellfläche näher an P.
- H wird kleiner; h und P bleiben unverändert.
- Die Rückkehr zum Ausgangswert stellt die Ausgangslage wieder her.
- Vor dem Vergleich von Höhen ihre Bezugsflächen benennen.

SPRECHTEXT

Die Höhenbegriffe h, H und N kennen wir aus dem Einstieg. Im Höhenversuch bleibt unser Punkt fest, während wir den Höhenbezug im Modell verändern. Zuerst zeige ich die Bezugsflächen: h beginnt am Ellipsoid, H am Geoid. Der Abstand der beiden Flächen ist N. Wir lesen die zugehörigen Werte ab, bevor wir etwas ändern.

Jetzt erhöhe ich N. Die Geoidfläche rückt näher an P. Die Strecke H wird entsprechend kürzer, während h und die Lage von P unverändert bleiben. Die Zahlen zeigen dieselbe Beziehung wie das Bild: Bei festem h muss ein grösseres N durch ein kleineres H ausgeglichen werden.

Ich gehe zum Ausgangswert zurück. Die Flächenlage und beide Höhenangaben kehren wieder zurück.

Wir verändern hier frei gewählte Modellwerte, um die Begriffe zu verstehen. Für eine amtliche Höhenumrechnung verwenden wir das regional passende Modell mit seinem festgelegten Bezug. Die Arbeitsregel lautet: Vor jedem Höhenvergleich benennen wir die Bezugsflächen. Erst dann können wir beurteilen, ob unterschiedliche Zahlen eine andere Punktlage oder einen anderen Höhenbezug ausdrücken.

AKTION

Ausgangswerte zeigen, N erhöhen und die verkürzte Strecke H verfolgen; anschliessend N auf den Ausgangswert zurückstellen.

QUELLEN

[bkg-gcg2016] BKG — GCG2016 und Normalhöhen
https://gibs.bkg.bund.de/geoid/gserlaeuter_g.php

[swisstopo-lhn95] swisstopo — National height network LHN95
https://www.swisstopo.admin.ch/en/national-height-network-lhn95

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=heights#labor

Folie 22 · Deutschland und Schweiz: die amtliche Höhenart mitlesen

ZEIT

31:00–32:15 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- DHHN2016 verwendet Normalhöhen; der Übergang nutzt Quasigeoid und Höhenanomalie ζ.
- LHN95 verwendet orthometrische Höhen mit Geoidbezug.
- LN02 ist ein eigener historischer Höhenrahmen.
- Passende horizontale Koordinaten garantieren noch keine passenden Höhen.
- Höhenart und Rahmen lesen, passenden Übergang wählen und Ergebnis kontrollieren.

SPRECHTEXT

Die drei Kästen zeigen, dass amtliche Höhen unterschiedliche Definitionen und Rahmen besitzen. Links steht Deutschland mit dem Deutschen Haupthöhennetz 2016, kurz DHHN2016. Es verwendet Normalhöhen. Für den Übergang von ellipsoidischen Höhen dient ein Quasigeoid; die Höhendifferenz heisst Höhenanomalie und wird mit Zeta bezeichnet. Normalhöhen sind eine eigene, aus dem Schwerefeld abgeleitete Höhenart.

Der mittlere Kasten nennt das Schweizer Landeshöhennetz LHN95. Hier werden orthometrische Höhen verwendet; dazu gehört der Bezug über Geoid und Geoidundulation N. Rechts steht LN02, das Landesnivellement 1902. Es ist ein historisch gewachsener Höhenrahmen und lässt sich nicht einfach mit LHN95 gleichsetzen. Dafür sind passende Übergänge vorgesehen.

Praktisch wird das wichtig, wenn wir ein Geländemodell, eine GNSS-Messung und ältere Gebäudehöhen kombinieren. Ihre horizontale Lage kann bereits zusammenpassen, während die Höhen noch verschiedene Bezüge haben.

Wir lesen deshalb zu jeder Höhe die Höhenart und den Höhenrahmen mit. Danach wählen wir das dafür vorgesehene Umrechnungsverfahren und kontrollieren das Ergebnis an einer unabhängigen Referenz. Die Zahlen allein verraten uns diesen Zusammenhang nicht.

AKTION

Die drei Kästen vergleichen; in jedem Höhenrahmen und Höhenart beziehungsweise Übergang zuordnen.

QUELLEN

[bkg-gcg2016] BKG — GCG2016 und Normalhöhen
https://gibs.bkg.bund.de/geoid/gserlaeuter_g.php

[swisstopo-lhn95] swisstopo — National height network LHN95
https://www.swisstopo.admin.ch/en/national-height-network-lhn95

[swisstopo-height-transform] swisstopo — Transformations in height
https://www.swisstopo.admin.ch/en/transformations-in-height

Folie 23 · Der Kartenrand benennt den Bezug der Zahlen

ZEIT

32:15–33:30 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Der Kartenrand erklärt Bezug, Projektion, Höhe und Massstab.
- ETRS89 und WGS84 sind Bezüge; UTM ist eine Kartenabbildung.
- Präzise Vergleiche benötigen Realisierung und Zeitpunkt der Koordinaten.
- −45,8 m ist die örtliche Korrektur von Ellipsoid- zu NHN-Höhe im Beispiel.

SPRECHTEXT

Der Kartenrand ist die Gebrauchsanweisung für die Koordinaten. Oben stehen Bezugssystem, Abbildung und Höhensystem. Darunter folgen geografische, UTM- und Gauß–Krüger-Koordinaten; unten steht der Kartenmassstab. Diese Angaben erklären gemeinsam, wie die Zahlen zu lesen sind.

ETRS89 und WGS84 bezeichnen räumliche Bezüge, UTM eine transversale Kartenabbildung, deren Zonen wir im Anwendungsabschnitt genauer lesen. Die knappe Gleichsetzung der beiden Bezüge genügt hier einer vereinfachten Kartenbeschreibung. Für genaue Vergleiche prüfen wir ihre konkrete Realisierung und den Zeitpunkt der Koordinaten. Den Unterschied zwischen Bezug, Rahmen und Epoche kennen wir jetzt aus den Definitionen und dem Versuch.

Besonders anschaulich ist die Höhenkorrektur von minus 45,8 Metern. Im dargestellten örtlichen Beispiel wird sie zur Höhe über dem WGS84-Ellipsoid addiert, um die Höhe über Normalhöhennull zu erhalten. Sie gilt für diesen Bezug und Ort. An anderer Stelle benötigen wir den dort passenden Modellwert.

Wir lesen daher zuerst den räumlichen Bezug, dann die Projektion, die Höhenangabe und den Massstab. So wird aus einer Zahlenfolge eine verständliche Ortsangabe.

AKTION

Die drei Angaben oben lesen; dann die Koordinatenspalten und den Massstab zeigen. Bei −45,8 m die Richtung der Höhenkorrektur benennen.

QUELLEN

[bkg-etrs89] BKG — Description of CRS: ETRS89-LatLonh
https://crs.bkg.bund.de/crs/eu-description.php?crs_id=Y0VUUlM4OS1MYXRMb25o

[bkg-gcg2016] BKG — GCG2016 und Normalhöhen
https://gibs.bkg.bund.de/geoid/gserlaeuter_g.php

[original-8] Originalabbildung image8.jpeg, GEOG143 Originalfolie(n) 9. Quelle laut Ausgangsdeck: TLVermGeo (2016), Kartenrand aus Originalfolie 9. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 24 · Ebene, Kegel und Zylinder ordnen die Entwürfe

ZEIT

33:30–34:30 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Azimutal, konisch und zylindrisch bezeichnen geometrische Projektionsfamilien.
- Ebene, Kegel- und Zylindermantel veranschaulichen den Weg zur Karte.
- Eine konkrete Abbildungsregel berechnet die Kartenpunkte.
- Familie und Treueeigenschaft werden getrennt benannt.

SPRECHTEXT

Wir wechseln jetzt von der räumlichen Ortsbeschreibung zum Kartennetzentwurf. Die drei Bilder zeigen seine geometrischen Familien: eine Ebene für azimutale Entwürfe, einen Kegel für konische und einen Zylinder für zylindrische Entwürfe.

Die Ebene ist bereits flach. Die Mantelflächen von Kegel und Zylinder lassen sich aufschneiden und ausrollen. Das erklärt die räumliche Grundidee, aber noch nicht die genaue Lage eines Kartenpunktes. Dafür brauchen wir eine benannte Abbildungsregel.

Wir ergänzen deshalb gleich drei konkrete Beispiele: die stereografische Abbildung, den winkeltreuen Lambert-Kegel und Mercator. Im 3D-Labor verfolgen wir ein Gradnetz vom Globus zur berechneten Karte. Die Formel liefert die Zielkoordinaten; die Animation macht den Übergang sichtbar.

Familie und Treueeigenschaft sind dabei zwei verschiedene Angaben. Ein Zylinder kann beispielsweise eine flächentreue oder eine winkeltreue Abbildung tragen. Die gewählte Trägerfläche allein legt diese Eigenschaft noch nicht fest.

AKTION

Die drei Trägerflächen zeigen. Anschliessend die neue Frage stellen und selbst beantworten: Welche konkrete mathematische Abbildung steckt jeweils dahinter?

QUELLEN

[course] Inhaltliche Grundlage und Abbildungen: GEOG143, Vorlesung 5, Geodätische Koordinatensysteme, Prof. Dr. C. Schmullius, Universität Jena. Einzelquellen siehe Abbildungsnachweise.

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395 https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=families&family=azimuthal&orientation=normal#labor

Folie 25 · Normal, transversal und schief: die Lage der Abbildung zählt

ZEIT

34:30–35:45 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Normal: Achsen parallel; transversal: Achsen rechtwinklig; schief: Zwischenlage.
- Die Orientierung richtet die Abbildung auf einen Bereich der Erde aus.
- Hilfsbreite und Hilfslänge gehören zum gedrehten Abbildungsrahmen.
- Abbildung drehen und Bildschirmansicht drehen sind verschiedene Operationen.

SPRECHTEXT

Die orangefarbenen Pfeile zeigen die Abbildungsachse. Normal bedeutet: Sie verläuft parallel zur Erdachse. Transversal bedeutet: Sie steht quer dazu. Schief bezeichnet eine dazwischenliegende Orientierung. Für eine azimutale Abbildung lesen wir entsprechend die Normale ihrer Bezugsebene als Achse.

Mit der Orientierung verschiebt sich der Bereich, für den die Abbildung besonders günstig eingerichtet ist. Eine normale Mercatorabbildung ordnet sich am Äquator aus. Bei der transversalen Mercatorabbildung übernimmt ein ausgewählter Meridian die zentrale Rolle: der Mittelmeridian.

Im neuen Familienlabor drehen wir den mathematischen Hilfsrahmen auf der Kugel. Die Hilfsbreite und Hilfslänge werden in diesem gedrehten Rahmen gemessen und anschliessend projiziert. Deshalb ändert der Schalter normal, transversal oder schief die Abbildung. Das Drehen der Bildschirmansicht dagegen ändert nur unseren Blick darauf.

Gauß–Krüger und UTM verwenden später die ellipsoidische transversale Mercatorabbildung mit genau festgelegten Parametern. Unser Familienlabor erklärt zunächst das räumliche Prinzip an einer Kugel.

AKTION

Die drei orangefarbenen Achsen vergleichen; beim transversalen Bild den Begriff Mittelmeridian einführen.

QUELLEN

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

3D / Berechnung:
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=families&family=cylindrical&orientation=transverse#labor

Folie 26 · Drei Familien: konkrete Entwürfe statt nur Trägerflächen

ZEIT

35:45–37:00 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Stereografisch: zusammenhängende Darstellung eines Polargebiets.
- Lambert-Kegel: mittlere Breiten, zwei Standardbreiten mit lokalem Massstab eins.
- Mercator: rechtwinkliges Gradnetz, zunehmende Streckung in hohen Breiten.
- Alle drei sind lokal winkeltreu; ihre Massstabsverteilung bleibt verschieden.

SPRECHTEXT

Jetzt erhalten die drei geometrischen Familien konkrete Namen. Links liegt die stereografische Abbildung mit dem Nordpol im Zentrum. Ihre Meridiane erscheinen als Strahlen, Breitenkreise als konzentrische Kreise. So lassen sich Gebiete um einen Pol zusammenhängend zeigen.

In der Mitte steht der winkeltreue Lambert-Kegel. Wir wählen zwei Standardbreiten: dreissig und sechzig Grad Nord. Dort stimmt der lokale Massstab. Die gebogenen Breitenkreise und zusammenlaufenden Meridiane passen gut zu einer Ost–West-Ausdehnung in mittleren Breiten.

Rechts steht die normale Mercatorabbildung mit geraden, rechtwinklig kreuzenden Netzlinien. Ihre Streckung wächst zu den Polen hin. Die Pole selbst liegen bei dieser Abbildung im Unendlichen.

Alle drei Beispiele erhalten lokale Winkel. Trotzdem sehen ihre Karten verschieden aus. Das ist der zentrale Vergleich: Gleiche Treueeigenschaft bedeutet weder gleiches Kartenbild noch überall gleichen Massstab. Die hier berechneten Beispiele verwenden eine Kugel; Gauß–Krüger und UTM werden anschliessend auf dem Ellipsoid gerechnet.

AKTION

Jeweils Trägerfläche und zugehöriges berechnetes Gradnetz verbinden. Bei allen drei Beispielen „lokal winkeltreu“ lesen und danach die verschiedenen günstigen Gebiete zeigen.

QUELLEN

[proj-stere] PROJ — Stereographic: sphärische und ellipsoidische stereografische Abbildung.
https://proj.org/en/stable/operations/projections/stere.html

[proj-lcc] PROJ — Lambert Conformal Conic: winkeltreuer Kegel mit einer oder zwei Standardbreiten.
https://proj.org/en/stable/operations/projections/lcc.html

[proj-merc] PROJ — Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/merc.html

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#projektionsfamilien

Folie 27 · 3D-Versuch: vier Schritte vom Globus zur Karte

ZEIT

37:00–40:00 · Dauer 03:00 Minuten; darin 01:48 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Kugelpunkt, Abbildungsregel und ebene Zielkoordinate getrennt verfolgen.
- Jeder Animationsschritt besitzt eine eigene Erklärung im Labor.
- Zwischenformen erklären den Übergang; die Endkarte enthält die berechneten Werte.
- Die Orientierung verändert die Abbildung, die Mausbewegung nur den Blick.

SPRECHTEXT

Wir öffnen den Kegelversuch und halten die Animation an vier Stellen an. Zuerst sehen wir das Gradnetz auf der Kugel. Die Linien kennzeichnen bestimmte Breiten und Längen.

Dann stellen wir die Abbildung ein: Lambert-Kegel, normale Orientierung und zwei Standardbreiten. Die Formel berechnet für jeden Punkt sein x und y. Während des Übergangs verbindet die Animation die räumliche Ausgangslage mit dieser berechneten Zielposition. Diese Zwischenformen sind eine didaktische Darstellung, keine zusätzliche amtliche Projektion.

Am Ende lesen wir das ebene Kartennetz: Meridiane laufen zusammen, Breitenkreise sind gebogen. Nun wechseln wir zur stereografischen und zur Mercatorabbildung. Dieselbe räumliche Aufgabe erzeugt je nach Regel ein anderes Netz.

Zum Schluss ändern wir die Orientierung. Der Hilfsrahmen dreht sich auf der Kugel. Wir unterscheiden diesen mathematischen Wechsel vom freien Drehen der Bildschirmansicht. Damit können wir die drei Familien und ihre Lage wirklich räumlich nachvollziehen.

AKTION

108 Sekunden geführte Bedienung: Kegelversuch öffnen; bei den angezeigten Schritten 1 bis 4 anhalten. Danach stereografisch und Mercator vergleichen. Einmal normale und transversale Orientierung wechseln; anschliessend normal wiederherstellen. Keine Eingabe der Studierenden erforderlich.

QUELLEN

[proj-stere] PROJ — Stereographic: sphärische und ellipsoidische stereografische Abbildung.
https://proj.org/en/stable/operations/projections/stere.html

[proj-lcc] PROJ — Lambert Conformal Conic: winkeltreuer Kegel mit einer oder zwei Standardbreiten.
https://proj.org/en/stable/operations/projections/lcc.html

[proj-merc] PROJ — Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/merc.html

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung:
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=families&family=conic&orientation=normal#labor

Folie 28 · Drei Treueeigenschaften beantworten drei verschiedene Fragen

ZEIT

40:00–41:15 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Flächentreue erhält Flächenverhältnisse trotz veränderter Form.
- Winkeltreue erhält lokale Winkel bei gleicher Streckung in allen Richtungen.
- Ein grösserer Kreis zeigt Winkeltreue trotz Flächenvergrösserung.
- Plate Carrée erhält im Kugelmodell Längen entlang der Meridiane.
- Längentreue verlangt immer die Angabe einer Richtung oder Linie.

SPRECHTEXT

In jedem Kasten vergleichen wir die orange Form mit dem kleinen blauen Referenzkreis. Links ist die Form breiter und flacher geworden. Ihre Fläche bleibt gleich. Flächentreue bedeutet, dass Flächenverhältnisse erhalten bleiben; die Form darf sich dabei ändern. Für den Vergleich von Flächengrössen ist das entscheidend.

In der Mitte sehen wir wieder einen Kreis, allerdings einen grösseren. Die Vergrösserung ist örtlich in allen Richtungen gleich. Dadurch bleiben Winkel im Kleinen erhalten. Diese Eigenschaft heisst Winkeltreue oder Konformität. Über einen ganzen Kontinent kann sich der örtliche Massstab dennoch ändern.

Rechts bleibt die Höhe der Form erhalten, während ihre Breite zunimmt. Hier zeigt die vertikale Richtung entlang der Meridiane von Süden nach Norden. Genau diese Längen bleiben in unserem Beispiel Plate Carrée auf der Kugel erhalten. Beliebige Strecken in anderen Richtungen erhalten wir dadurch nicht.

Die drei Kästen beantworten also unterschiedliche Fragen: Bleibt die Fläche gleich, bleiben lokale Winkel gleich oder bleiben bestimmte Längen gleich? Bei Längentreue nennen wir immer die Richtung oder die betreffenden Linien.

AKTION

In jedem Kasten zuerst den blauen Kreis, dann die orange Form zeigen; links die Fläche, mittig die Kreisform und rechts die unveränderte Höhe vergleichen.

QUELLEN

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

[proj-cea] PROJ — Lambert Cylindrical Equal Area
https://proj.org/en/stable/operations/projections/cea.html

[proj-merc] PROJ — Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/merc.html

[proj-eqc] PROJ — Equidistant Cylindrical / Plate Carrée
https://proj.org/en/stable/operations/projections/eqc.html

Folie 29 · Tissot zeigt Verzerrung als veränderten Kreis

ZEIT

41:15–42:45 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Die Tissot-Indikatrix zeigt die Verzerrung einer sehr kleinen Umgebung.
- k_p beschreibt Ost-West, k_m beschreibt Nord-Süd.
- Gleiche Faktoren erhalten die Kreisform und damit lokale Winkel.
- Das Produkt k_p × k_m ergibt den Flächenfaktor A.
- A = 1 bedeutet Flächentreue; die Aussage ist lokal.

SPRECHTEXT

Links steht ein kleiner Kreis auf der Erdoberfläche, rechts seine verformte Darstellung in der Karte. Dieses Hilfsmittel heisst Tissot-Indikatrix. Es macht sichtbar, wie stark eine Projektion die Umgebung eines Punktes in verschiedenen Richtungen streckt. Streng genommen betrachten wir eine unendlich kleine Umgebung; die Zeichnung ist zur Sichtbarkeit vergrössert.

Die beiden Pfeile in der Ellipse zeigen die lokalen Massstabsfaktoren. In unseren normalen Zylinderprojektionen bezeichnet k_p die Ost-West-Richtung entlang eines Breitenkreises und k_m die Nord-Süd-Richtung entlang eines Meridians. Der Faktor eins bedeutet jeweils, dass die Länge örtlich erhalten bleibt.

Sind beide Faktoren gleich, bleibt der Ausgangskreis ein Kreis. Das kennzeichnet Winkeltreue. Multiplizieren wir die beiden Faktoren, erhalten wir den Flächenfaktor A. Ist dieses Produkt eins, bleibt die Fläche erhalten, auch wenn eine Ellipse entsteht.

Wir achten im folgenden Vergleich deshalb auf zwei Dinge: Ist die Form weiterhin kreisrund, und wie gross ist ihre Fläche gegenüber dem Ausgangskreis? Damit können wir Winkel- und Flächenverzerrung getrennt beurteilen. Eine lokale Aussage gilt dabei nicht automatisch für eine ganze Region.

AKTION

Vom Ausgangskreis zur Ellipse gehen; die waagerechte und senkrechte Halbachse zeigen und danach Form und Fläche getrennt erläutern.

QUELLEN

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

[proj-factors] PROJ — Factors: local scale, area and angular distortion
https://proj.org/en/stable/development/reference/functions.html#c.proj_factors

Folie 30 · Das Gradnetz macht die Abbildung lesbar

ZEIT

42:45–43:45 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Meridiane verbinden gleiche Länge, Breitenkreise gleiche Breite.
- Gleiche Breitenschritte liegen polwärts auf der Karte weiter auseinander.
- Mercator vergrössert lokal beide Richtungen gleich stark.
- Das rechtwinklige Gradnetz besitzt keinen überall gleichen Massstab.

SPRECHTEXT

Diese Mercatorkarte zeigt das Gradnetz als rechtwinkliges Raster. Die senkrechten Linien sind Meridiane: Auf jeder gilt dieselbe geografische Länge. Die waagerechten Linien verbinden Orte gleicher Breite.

Achten Sie auf die gleich grossen Breitenschritte vom Äquator in Richtung der Pole. Ihre Abstände auf dem Papier nehmen zu. Die Meridianabstände bleiben dagegen gleich. Auf der Kugel rücken Meridiane polwärts zusammen. Gleiche Abstände in der Karte bedeuten dort deshalb eine stärkere Ost-West-Vergrösserung.

Mercator vergrössert örtlich die Nord-Süd-Richtung genauso stark. Das erklärt die zunehmenden Abstände der Breitenkreise und erhält die lokalen Winkel. Ein kleines Gebiet wird polwärts also in beiden Richtungen grösser dargestellt.

Aus dem ordentlichen Raster dürfen wir deshalb keinen einheitlichen Massstab ableiten. Wir sehen ein Gradnetz geografischer Winkel. Ein UTM-Gitter entsteht später durch eine andere, transversale Abbildung in einer ausgewählten Zone.

AKTION

Eine senkrechte und eine waagerechte Gradnetzlinie zeigen; anschliessend die Abstände der beschrifteten Breitenkreise vom Äquator nach Norden vergleichen.

QUELLEN

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

[proj-merc] PROJ — Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/merc.html

[original-7] Originalabbildung image7.png, GEOG143 Originalfolie(n) 8. Quelle laut Ausgangsdeck: Peter H. Dana (1994), im Original: EPA (2024). Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 31 · Mercator verbindet Weltkarte und lokale Winkeltreue

ZEIT

43:45–45:00 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Normale Mercatorkarte: parallele Meridiane, Vergrösserung in hohen Breiten.
- Winkeltreue erhält Winkel lokal an einem Punkt.
- Normale und transversale Ausrichtung setzen andere räumliche Schwerpunkte.
- Gauß–Krüger und UTM gehören zur transversalen Mercator-Familie.

SPRECHTEXT

Mercator begegnet uns sowohl bei Weltkarten als auch bei lokalen Koordinatengittern. Die Weltkarte links zeigt die normale Mercatorabbildung. Ihre Meridiane verlaufen parallel. In hohen Breiten werden Gebiete zunehmend vergrössert. Rechts sehen wir die Statue von Gerardus Mercator, der von 1512 bis 1594 lebte.

Die gemeinsame Eigenschaft dieser Projektionsfamilie ist die lokale Winkeltreue. Winkel an einem Punkt bleiben erhalten. Daraus folgt jedoch nicht, dass ein ganzer Kontinent seine Fläche oder seine grossräumige Form behält. Die zunehmende Vergrösserung im Kartenbild macht diese Grenze sichtbar.

Bei der normalen Ausrichtung liegt der räumliche Schwerpunkt am Äquator, bei der transversalen Ausrichtung an einem gewählten Mittelmeridian. So führt die Mercator-Familie zu Gauß–Krüger und UTM. Zunächst betrachten wir die einfacheren Formeln der normalen Ausrichtung. An ihnen lässt sich besonders gut erklären, was bei Winkeltreue, Flächentreue und meridionaler Längentreue jeweils erhalten bleibt.

AKTION

Auf der Weltkarte die parallelen Meridiane und die Vergrösserung in hohen Breiten zeigen. Die Statue kurz zuordnen, dann zur lokalen Winkeltreue überleiten.

QUELLEN

[course] Inhaltliche Grundlage und Abbildungen: GEOG143, Vorlesung 5, Geodätische Koordinatensysteme, Prof. Dr. C. Schmullius, Universität Jena. Einzelquellen siehe Abbildungsnachweise.

[proj-merc] PROJ — Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/merc.html

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[original-18] Originalabbildung image18.png, GEOG143 Originalfolie(n) 22. Quelle laut Ausgangsdeck: Rohwedder (2006), laut Original. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-17] Originalabbildung image17.png, GEOG143 Originalfolie(n) 22. Quelle laut Ausgangsdeck: Wikipedia (2024), Mercatorstatue, laut Original. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 32 · Mercator: gleiche lokale Streckung in beiden Richtungen

ZEIT

45:00–46:30 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- k p und k m beschreiben lokale Streckung in zwei Richtungen.
- Bei 60° sind beide Faktoren zwei: lokale Winkel bleiben erhalten.
- Gold zeigt den vergrösserten Kreis, Blau die unveränderte Referenz.
- Doppelte Breite und Höhe ergeben vierfache Fläche.

SPRECHTEXT

In der Formel steht R für den Kugelradius, Lambda für die Länge relativ zum Mittelmeridian und Phi für die Breite. Beide Winkel werden im Bogenmass eingesetzt. Die horizontale Koordinate x ist R mal Lambda. Die Formel für y bestimmt, wie stark die Karte in Nord-Süd-Richtung gestreckt wird.

Wir unterscheiden zwei lokale Massstabsfaktoren: k p entlang eines Parallelkreises und k m entlang eines Meridians. Bei Mercator sind beide gleich. Auf 60 Grad Breite beträgt jeder Faktor zwei. Ein sehr kleiner Ausgangskreis wird deshalb in beiden Richtungen gleich stark vergrössert. Er bleibt rund. Genau diese gleichmässige lokale Streckung erhält die Winkel.

Im Bild ist die goldene Figur das vergrösserte Kartenbild dieses Kreises. Der kleine blaue Referenzkreis daneben bleibt unverändert und dient zum Vergleich. Doppelte Breite und doppelte Höhe ergeben die vierfache Fläche. Winkeltreue erlaubt also eine Flächenvergrösserung.

Auch am Gitter erkennen wir die Streckung: Die Parallelkreise rücken zu hohen Breiten auseinander. Am Pol wird die normale Mercator-Koordinate unendlich; unsere Darstellung endet deshalb vorher. Für die Navigation ist ausserdem nützlich: Linien konstanter Kompassrichtung erscheinen gerade. Sie sind allerdings nicht allgemein die kürzesten Wege auf der Kugel.

AKTION

Zuerst die beiden Massstabsfaktoren in der Formel zuordnen. Den goldenen Kreis mit dem kleineren blauen Referenzkreis vergleichen. Anschliessend auf die wachsenden Abstände der Parallelkreise zeigen.

QUELLEN

[proj-merc] PROJ — Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/merc.html

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

Folie 33 · Lambert-Zylinder: breiter und niedriger — die Fläche bleibt

ZEIT

46:30–48:00 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Hier bezeichnet Lambert den flächentreuen Zylinderentwurf.
- Der zuvor gezeigte Lambert-Kegel ist eine andere, winkeltreue Abbildung.
- Streckung in Ost–West-Richtung und Stauchung in Nord–Süd-Richtung gleichen sich flächenmässig aus.
- Die Fläche bleibt erhalten; lokale Winkel und Formen verändern sich.

SPRECHTEXT

Hier verwenden wir Lamberts flächentreuen Zylinderentwurf. Er ist eine andere Abbildung als der zuvor gezeigte winkeltreue Lambert-Kegel: Derselbe Namensgeber steht für unterschiedliche Projektionsregeln. Jetzt soll die Fläche erhalten bleiben. Wir verwenden die zylindrische flächentreue Lambert-Abbildung im Kugelmodell, mit dem Äquator als Standardbreite. R ist wieder der Kugelradius; Lambda und Phi sind die Winkel im Bogenmass. Die horizontale Formel bleibt x gleich R mal Lambda. Für y verwenden wir nun R mal Sinus Phi.

Der Sinus wächst zu hohen Breiten immer langsamer. Deshalb liegen die Parallelkreise im Bild zum Pol hin dichter zusammen. Die Karte wird dort in Nord-Süd-Richtung zusammengedrückt. Diese Wirkung gleicht die Verbreiterung in Ost-West-Richtung aus.

Auf 60 Grad Breite beträgt der Ost-West-Faktor zwei und der Nord-Süd-Faktor ein halb. Ihr Produkt ist eins. Die goldene Ellipse ist deshalb doppelt so breit und halb so hoch wie der blaue Referenzkreis. Ihre Fläche bleibt gleich. Man kann sich das wie das Umformen eines kleinen Flächenstücks vorstellen: mehr Breite wird durch weniger Höhe ausgeglichen.

Die Form und die lokalen Winkel ändern sich dabei. Flächentreue benennt genau die erhaltene Eigenschaft. Die gezeigten Formeln gelten für diese Variante; andere Standardbreiten oder ein Ellipsoid erfordern entsprechend angepasste Formeln.

AKTION

Die enger werdenden Parallelkreise verfolgen. Breite und Höhe der goldenen Ellipse mit dem blauen Referenzkreis vergleichen und das Produkt 2 × 0,5 = 1 aussprechen.

QUELLEN

[proj-cea] PROJ — Lambert Cylindrical Equal Area
https://proj.org/en/stable/operations/projections/cea.html

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

Folie 34 · Plate Carrée: meridionale Längen bleiben erhalten

ZEIT

48:00–49:30 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Gleiche Winkelschritte ergeben ein gleichmässiges Kartengitter.
- Längen entlang der Meridiane bleiben im Kugelmodell erhalten.
- Bei 60° bleibt die Höhe gleich, die Breite verdoppelt sich.
- Die Fläche wird doppelt; allgemeine Winkel- oder Flächentreue fehlt.

SPRECHTEXT

Bei Plate Carrée, der quadratischen Plattkarte, ist die Formel besonders leicht zu lesen: x ist R mal Lambda, y ist R mal Phi. R bezeichnet den Kugelradius; die Winkel stehen im Bogenmass. Gleiche Schritte in Länge und Breite erscheinen damit als gleiche Schritte im Kartengitter. Die Parallelkreise liegen gleichmässig auseinander.

Entlang eines Meridians entspricht R mal der Breitendifferenz bereits der Bogenlänge auf der Kugel. Deshalb bleiben diese Nord-Süd-Strecken erhalten. Der meridionale Massstabsfaktor ist eins. In Ost-West-Richtung gilt das nicht allgemein: Auf 60 Grad Breite beträgt der Faktor zwei.

Die goldene Ellipse ist deshalb genauso hoch, aber doppelt so breit wie der blaue Referenzkreis. Ihre Fläche ist doppelt so gross, und die Form hat sich verändert. Erhalten bleibt hier ausdrücklich die meridionale Länge.

Damit können wir die drei Entwürfe unterscheiden: Lambert gleicht Breite und Höhe so aus, dass ihr Produkt eins bleibt. Mercator streckt lokal in beiden Richtungen gleich. Plate Carrée bewahrt den Nord-Süd-Faktor eins. Für eine beliebige Strecken- oder Flächenmessung reicht die einfache Gitterform allein deshalb noch nicht als Begründung.

AKTION

Das gleichmässige Gitternetz zeigen. Bei der goldenen Ellipse zuerst die unveränderte Höhe, dann die doppelte Breite gegenüber der blauen Referenz benennen.

QUELLEN

[proj-eqc] PROJ — Equidistant Cylindrical / Plate Carrée
https://proj.org/en/stable/operations/projections/eqc.html

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

Folie 35 · Morphing: die Zwischenform ist selbst eine definierte Abbildung

ZEIT

49:30–51:00 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- t gewichtet die Kartenkoordinaten von Ausgangs- und Zielprojektion.
- x bleibt gleich; nur die Nord-Süd-Koordinate verändert sich.
- Jeder Zwischenzustand ist eine berechenbare Abbildung.
- Treueeigenschaften der Endpunkte gelten nicht automatisch dazwischen.

SPRECHTEXT

Wir verbinden jetzt zwei Kartenabbildungen durch einen berechneten Übergang. Dafür steht t: ein Mischparameter zwischen null und eins. Für jeden geografischen Punkt berechnen wir zunächst y A in der Ausgangsprojektion und y B in der Zielprojektion. Die Formel bildet daraus einen gewichteten Zwischenwert.

Bei t gleich null zählt nur y A, bei t gleich eins nur y B. Bei t gleich ein halb liegt die Kartenkoordinate genau zwischen beiden Ergebnissen. Die horizontale Koordinate bleibt unverändert, weil alle drei betrachteten Entwürfe dieselbe Formel für x verwenden. Die Bewegung erfolgt daher ausschliesslich in Nord-Süd-Richtung der Karte.

Die drei goldenen Figuren zeigen diesen Übergang von Lambert zu Mercator: links die flache Ellipse, in der Mitte eine höhere Ellipse, rechts der Kreis. Jede Zwischenform gehört zu einer eigenen, berechenbaren Abbildung.

Auch der lokale Nord-Süd-Massstab wird entsprechend gemischt. Die Treueeigenschaften übertragen sich dabei nicht automatisch. Eine Zwischenform kann weder flächentreu noch winkeltreu sein. Deshalb prüfen wir neben dem Bild stets die beiden Massstabsfaktoren und ihr Flächenprodukt. So lässt sich jede sichtbare Veränderung mit der Formel verbinden.

AKTION

In der Formel die Gewichte 1 − t und t zeigen. Darunter die drei Figuren von links nach rechts verfolgen; gleiche Breite und zunehmende Höhe benennen.

QUELLEN

[proj-cea] PROJ — Lambert Cylindrical Equal Area
https://proj.org/en/stable/operations/projections/cea.html

[proj-merc] PROJ — Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/merc.html

[proj-eqc] PROJ — Equidistant Cylindrical / Plate Carrée
https://proj.org/en/stable/operations/projections/eqc.html

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

Folie 36 · 3D-Versuch: flächentreu → winkeltreu → meridianlängentreu

ZEIT

51:00–54:15 · Dauer 03:15 Minuten; darin 01:48 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Gleicher Prüfkreis bei 60° durchläuft alle drei Abbildungen.
- 0 / 50 / 100 Prozent markieren Lambert, Mercator und Plate Carrée.
- Bei 25 und 75 Prozent die Zwischenform samt Faktoren prüfen.
- Formel, sichtbare Form und erhaltene Eigenschaft zusammen lesen.

SPRECHTEXT

Im Labor verfolgen wir nun denselben Prüfkreis durch drei Kartenabbildungen. Die Kugel zeigt seinen geografischen Ort; die Kartenform zeigt, was die Abbildung daraus macht. Wir wählen 60 Grad Breite und beginnen mit Lambert: Der Kreis erscheint als breite, flache Ellipse gleicher Fläche.

Der Fortschrittsregler führt über zwei Teilübergänge. Null Prozent steht für Lambert, fünfzig Prozent für Mercator und hundert Prozent für Plate Carrée. Der Mischparameter t beginnt innerhalb jedes Teilübergangs erneut bei null.

Bei 25 Prozent halten wir in der Mitte zwischen Lambert und Mercator an. Die Ellipse ist höher geworden; ihre Fläche hat zugenommen. Wir lesen dazu die Mischformel und das Flächenprodukt. Bei fünfzig Prozent sind beide Richtungsfaktoren gleich: Wir sehen den Mercatorkreis.

Mit „Weiter zu Plate Carrée“ beginnt der zweite Übergang. Jetzt nimmt die Höhe der Figur wieder ab. Wir halten bei 75 Prozent an und betrachten erneut Formel und Faktoren. Am Ende, bei hundert Prozent, beträgt der meridionale Faktor eins. Der Vergleich folgt damit stets denselben drei Fragen: Welche Formel gilt, welche Form entsteht und welche Eigenschaft bleibt erhalten?

AKTION

108 Sekunden geführte Bedienung: Morphing-Modus öffnen und Prüfbreite 60° wählen. Bei 0, 25 und 50 Prozent anhalten; jeweils Formel, Figur und Flächenprodukt zeigen. Bei Mercator „Weiter zu Plate Carrée“ wählen, dann bei 75 und 100 Prozent anhalten. Die Ansicht einmal drehen. Zwischenformen als berechnete Interpolationen mit gesondert zu prüfenden Eigenschaften benennen.

QUELLEN

[proj-cea] PROJ — Lambert Cylindrical Equal Area
https://proj.org/en/stable/operations/projections/cea.html

[proj-merc] PROJ — Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/merc.html

[proj-eqc] PROJ — Equidistant Cylindrical / Plate Carrée
https://proj.org/en/stable/operations/projections/eqc.html

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=morph#labor

Folie 37 · Bei 60° Breite wird der Unterschied sofort sichtbar

ZEIT

54:15–57:15 · Dauer 03:00 Minuten; darin 01:48 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Blau ist die gleiche Referenz, Gold das jeweilige Kartenbild.
- Lambert: 2 × 0,5 = 1; Mercator: 2 × 2 = 4.
- Plate Carrée: 2 × 1 = 2; meridionale Länge bleibt.
- Am Äquator stimmen die lokalen Faktoren dieser Varianten überein.

SPRECHTEXT

Die drei Felder halten den Vergleich auf 60 Grad Breite fest. Die blauen Kreise sind gleich grosse Referenzen. Die goldenen Figuren zeigen ihre jeweiligen Kartenbilder. Alle verwenden dasselbe Kugelmodell und dieselbe normale Ausrichtung.

Links bei Lambert ist die Figur doppelt so breit und halb so hoch: Zwei mal ein halb ergibt die gleiche Fläche. In der Mitte bei Mercator sind Breite und Höhe verdoppelt: Der Kreis bleibt rund, die Fläche wird vierfach. Rechts bei Plate Carrée ist die Breite verdoppelt und die Höhe unverändert: Die Fläche wird doppelt.

Die Produkte unter den Bildern fassen genau diese Beobachtungen zusammen. Wir sehen unmittelbar, welche Eigenschaft jeweils erhalten bleibt. Im Labor wechseln wir anschliessend zum Äquator. Dort stimmen die lokalen Faktoren dieser drei Varianten überein. Die Unterschiede hängen also auch davon ab, wo wir die Abbildung prüfen.

AKTION

108 Sekunden angeleitete Betrachtung: In jedem Feld zuerst goldene Form und blaue Referenz vergleichen, danach Breite, Höhe und Flächenprodukt benennen. Im Morphing-Labor die drei Endzustände aufrufen, auf 0° Breite wechseln und die übereinstimmenden lokalen Faktoren zeigen. Anschliessend 60° wiederherstellen.

QUELLEN

[proj-cea] PROJ — Lambert Cylindrical Equal Area
https://proj.org/en/stable/operations/projections/cea.html

[proj-merc] PROJ — Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/merc.html

[proj-eqc] PROJ — Equidistant Cylindrical / Plate Carrée
https://proj.org/en/stable/operations/projections/eqc.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=morph#labor

Folie 38 · Die Fragestellung entscheidet über die Projektion

ZEIT

57:15–58:45 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Flächenvergleich spricht für eine flächentreue Abbildung.
- Winkeltreue hilft bei lokalen Winkeln; Längenmassstab bleibt zu prüfen.
- Bei Längentreue die gültigen Richtungen oder Linien nennen.
- Aufgabe, Gebiet und zulässige Abweichung bestimmen die Auswahl.

SPRECHTEXT

Die drei Zeilen machen aus den Treueeigenschaften eine praktische Entscheidung. Zuerst fragen wir, was eine Karte unterstützen soll. Für den Vergleich von Flächenanteilen ist eine flächentreue Abbildung sinnvoll. Wenn wir etwa Landbedeckungen vergleichen, sollen gleich grosse Kartenflächen auch gleich grosse Flächen auf der Bezugsfläche repräsentieren.

Die zweite Zeile betrifft lokale Winkel. Für geometrische Arbeiten in einem begrenzten Gebiet kann eine winkeltreue Abbildung geeignet sein. Gauß–Krüger und UTM nutzen diese Eigenschaft. Den Längenmassstab müssen wir trotzdem prüfen, bevor wir aus einer Kartenstrecke auf eine Strecke am Boden schliessen.

Die dritte Zeile erinnert daran, Längentreue genau zu benennen. Bei Plate Carrée gilt sie entlang der Meridiane. Für andere Strecken wählen wir eine passende Eigenschaft oder berechnen die Entfernung direkt auf dem Ellipsoid.

Zur Fragestellung kommen das Gebiet und die zulässige Abweichung. Eine Weltübersicht und eine genaue Stadtvermessung stellen unterschiedliche Anforderungen. Wir legen deshalb zuerst Aufgabe und Gebiet fest, wählen dann die Projektion samt Parametern und prüfen die verbleibende Verzerrung. So lässt sich die Auswahl fachlich begründen.

AKTION

Die drei Pfeilreihen nacheinander von der Aufgabe zur passenden Eigenschaft lesen. Bei der dritten Reihe auf die Einschränkung auf bestimmte Strecken hinweisen.

QUELLEN

[usgs-snyder] Snyder (1987): Map Projections — A Working Manual, USGS Professional Paper 1395
https://pubs.usgs.gov/publication/pp1395

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

Folie 39 · Vom Meridianstreifen zum ebenen Gitter

ZEIT

58:45–60:00 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Mittelmeridian: Längenlinie in der Mitte des Streifens.
- Transversale Mercatorabbildung erhält lokale Winkel.
- Schmale Streifen begrenzen die Verzerrung.
- Anderer Streifen bedeutet anderes Gitter und andere Koordinaten.

SPRECHTEXT

Nachdem wir die normale Mercatorabbildung und ihre Treueeigenschaften verstanden haben, richten wir die Abbildung transversal aus. Damit gelangen wir zu regionalen Meridianstreifen. Wie wird aus einem schmalen Stück der Erdoberfläche ein ebenes Koordinatengitter? Links sehen wir die Erde mit Meridianstreifen und daneben die zugehörigen ebenen Gitter. Jeder Streifen besitzt einen Mittelmeridian: die Längenlinie in seiner Mitte. Sie wird in der Karte zur geraden Bezugslinie.

Rechts veranschaulicht ein quer zur Erdachse liegender Zylinder die Ausrichtung. Daher heisst die Abbildung transversale Mercatorabbildung. Gauß–Krüger verwendet diese Abbildung und erhält lokale Winkel. Der Längenmassstab kann sich trotzdem von Ort zu Ort ändern.

Der Zylinder ist ein Denkmodell für die Geometrie. Die Koordinaten entstehen durch mathematische Formeln. Die schmalen Streifen begrenzen die Verzerrung im vorgesehenen Gebiet. Jeder Streifen besitzt dabei sein eigenes Gitter. Wechseln wir den Streifen, beziehen wir denselben Ort auf eine andere Mittellinie und erhalten andere Koordinaten. Deshalb gehört die Streifenkennung immer zur Interpretation der Zahlen.

AKTION

Links einen Meridianstreifen und seine Mittellinie verfolgen, dann das zugehörige ebene Gitter zeigen. Rechts die quer zur Erdachse liegende Zylinderachse nachzeichnen.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[proj-utm] PROJ — Universal Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/utm.html

[original-13] Originalabbildung image13.jpeg, GEOG143 Originalfolie(n) 17. Quelle laut Ausgangsdeck: Kohlstock (2004), S.37. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-14] Originalabbildung image14.jpeg, GEOG143 Originalfolie(n) 18. Quelle laut Ausgangsdeck: Hinrichs (2008). Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 40 · Gauß–Krüger: Streifen, Rechtswert und Hochwert

ZEIT

60:00–61:15 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Gauß–Krüger ist nach Gauß und Krüger benannt; deutsche Streifen sind typisch 3° breit.
- Streifen 3: Mittelmeridian 9° Ost; Streifen 4: 12° Ost.
- 500 000 m ist ein künstlicher Ostwert; die führende Kennziffer bezeichnet den Streifen.
- Hochwert bezeichnet Nordlage, keine Geländehöhe.
- Projektionsprinzip und geodätischen Bezug ausdrücklich getrennt benennen.

SPRECHTEXT

Gauß–Krüger ist nach Carl Friedrich Gauß und Louis Krüger benannt. Es ist keine Abkürzung für eine andere Bezeichnung. Wir betrachten die in Deutschland übliche Einteilung in drei Grad breite Meridianstreifen. Der Streifen drei hat seinen Mittelmeridian bei neun Grad Ost; vier gehört zu zwölf Grad Ost. Der zentrale Massstabsfaktor k null beträgt eins.

Die Mittellinie erhält einen künstlichen Ostwert von 500 000 Metern. Links davon sind die Ostwerte kleiner, rechts davon grösser. Die führende Drei in 3 400 000 Metern kennzeichnet den Streifen. Die übrigen 400 000 Meter geben den Ostwert im Streifengitter an. Die Streifenkennung ist kein zusätzlicher Abstand.

Der Hochwert beschreibt die Nordlage im ebenen Gitter; eine Geländehöhe wird separat angegeben. Mit Rechtswert, Hochwert, Streifen und benanntem geodätischem Bezug ist die Ortsbeschreibung verständlich. Im folgenden Rechner verwenden wir ETRS89 und GRS80 bewusst als gemeinsamen Lehrbezug. Historische deutsche GK-Daten liegen häufig im DHDN mit Bessel-Ellipsoid vor; ihr Bezug muss zusätzlich transformiert werden.

AKTION

Die Mittellinie bei 9° zeigen. Die rote 3400 bei P1 in Streifenkennung und Ostwert zerlegen, danach 3600 bei P2 lesen. Die senkrechten Hilfslinien zum Hochwert verfolgen.

QUELLEN

[course] Inhaltliche Grundlage und Abbildungen: GEOG143, Vorlesung 5, Geodätische Koordinatensysteme, Prof. Dr. C. Schmullius, Universität Jena. Einzelquellen siehe Abbildungsnachweise.

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[bkg-transform] BKG — Koordinatenreferenzsysteme
https://crs.bkg.bund.de/

[original-16] Originalabbildung image16.png, GEOG143 Originalfolie(n) 19. Quelle laut Ausgangsdeck: Dickmann (2018), S.105; Bildvermerk Westermann. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#umrechner

Folie 41 · Deutschland in 3°-Streifen: jede Zone hat ihre Mittellinie

ZEIT

61:15–62:15 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Deutsche GK-Einteilung: drei Grad breite Streifen.
- Kennziffer ergibt sich aus Mittelmeridian geteilt durch drei.
- Falscher Ostwert ist ein definierter Koordinatenzuschlag.
- Streifenkennung und geodätisches Datum gemeinsam prüfen.

SPRECHTEXT

Auf der Deutschlandkarte sehen wir, wie die einzelnen Gauß–Krüger-Streifen nebeneinanderliegen. In dieser Einteilung ist jeder Streifen drei Längengrade breit. Die Mittelmeridiane liegen bei sechs, neun, zwölf und fünfzehn Grad Ost. Daraus entstehen die Kennziffern zwei, drei, vier und fünf: Wir teilen die Länge des Mittelmeridians durch drei.

Das Schema rechts ergänzt die Ableseregel. Jede Mittellinie erhält erneut den Ostwert 500 000 Meter. Dieser künstliche Koordinatenzuschlag heisst falscher Ostwert. Das Wort falsch bezeichnet hier eine festgelegte Verschiebung des Zahlenursprungs.

Deshalb kann derselbe Ostwert in mehreren Streifen vorkommen und jeweils einen anderen Ort meinen. Die Streifenkennung löst diese Mehrdeutigkeit auf. Für einen vollständigen Bezug prüfen wir zusätzlich das geodätische Datum. Historische deutsche Daten verwenden häufig das Deutsche Hauptdreiecksnetz, kurz DHDN, mit dem Bessel-Ellipsoid. Die Angabe Gauß–Krüger allein bestimmt dieses Datum noch nicht.

AKTION

Auf der Karte Mittelmeridian 9° und Kennziffer 3 zuordnen. Im rechten Schema den Ostwert 500 000 m auf der Mittellinie zeigen.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[bkg-transform] BKG — Koordinatenreferenzsysteme
https://crs.bkg.bund.de/

[original-12] Originalabbildung image12.jpeg, GEOG143 Originalfolie(n) 16, 20, 21. Quelle laut Ausgangsdeck: Hake, Grünreich & Meng (2002), S.76–77. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-15] Originalabbildung image15.emf, GEOG143 Originalfolie(n) 19. Quelle laut Ausgangsdeck: Originalfolie 19; dortige Sammelquelle Dickmann (2018), S.105. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 42 · Aha: Die gleiche Turmspitze hat zwei GK-Koordinatenpaare

ZEIT

62:15–63:15 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Beide Zahlenpaare gehören zur selben Turmspitze.
- Streifenwechsel verändert Rechtswert und Hochwert.
- Die ganze Projektion wird neu berechnet.
- Nachkommastellen belegen keine Messgenauigkeit.

SPRECHTEXT

Die beiden Zahlenpaare rechts beschreiben dieselbe Turmspitze der Andreaskirche in Braunschweig. Oben steht ihre Lage im dritten Gauß–Krüger-Streifen, darunter im vierten. Der Turm bleibt an seinem Ort; wir wechseln das Gitter, mit dem wir ihn beschreiben.

Zuerst fällt die führende Drei beziehungsweise Vier im Rechtswert auf. Beim zweiten Blick sehen wir: Auch die übrigen Ziffern und sogar der Hochwert ändern sich. Ein Streifenwechsel besteht also aus einer neuen Projektionsberechnung. Die jeweilige Mittellinie bestimmt die Geometrie des gesamten Gitters. Es genügt nicht, nur die Streifenkennung auszutauschen.

Die zwei Nachkommastellen sagen zunächst, wie fein die Ergebnisse angeschrieben sind. Ob die Turmspitze tatsächlich so genau bestimmt wurde, lässt sich nur aus Messung und Metadaten beurteilen. Für eine gemeinsame Distanzrechnung bringen wir die Punkte zuerst in dasselbe Koordinatenreferenzsystem. Erst dann beziehen sich ihre Zahlen auf dasselbe Gitter.

AKTION

Zuerst die Streifenkennungen 3 und 4 vergleichen. Danach ausdrücklich auf die unterschiedlichen Hochwerte zeigen und den unveränderten Ort benennen.

QUELLEN

[course] Inhaltliche Grundlage und Abbildungen: GEOG143, Vorlesung 5, Geodätische Koordinatensysteme, Prof. Dr. C. Schmullius, Universität Jena. Einzelquellen siehe Abbildungsnachweise.

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[original-12] Originalabbildung image12.jpeg, GEOG143 Originalfolie(n) 16, 20, 21. Quelle laut Ausgangsdeck: Hake, Grünreich & Meng (2002), S.76–77. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 43 · UTM: Der Schnittzylinder veranschaulicht die Massstabswahl

ZEIT

63:15–64:30 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Am Mittelmeridian verkleinert UTM lokal mit $k_0 = 0{,}9996$.
- Seitlich wächst der Massstab bis über eins.
- Schnittzylinder veranschaulicht die Idee; Formeln bestimmen die Werte.
- Sechs Längengrade ergeben je nach Breite verschiedene Meterbreiten.

SPRECHTEXT

Der Zylinder schneidet in dieser Zeichnung die Erde. Dieses stark überzeichnete Modell veranschaulicht die Massstabswahl bei UTM. Am Mittelmeridian beträgt der lokale Massstabsfaktor 0,9996. Ein kleines Stück der Bezugsfläche wird dort also etwas verkleinert dargestellt.

Seitlich vom Mittelmeridian nimmt der Massstab zu. Er erreicht eins und wird weiter aussen grösser. Dadurch verteilt sich die Verzerrung über die Zone. Die eingezeichneten Schnittlinien helfen, diese Idee zu verstehen. Wo genau der Massstab eins beträgt, ergibt sich jedoch aus der mathematischen Abbildung auf dem Ellipsoid.

Eine reguläre UTM-Zone ist sechs Längengrade breit. Das ist eine Winkelangabe. Die Breite in Metern hängt von der geografischen Breite ab, weil die Meridiane zu den Polen zusammenlaufen. Für einen konkreten Punkt benötigen wir deshalb die Zone und ihre Parameter sowie Hemisphäre und geodätischen Bezug. Das Zylinderbild allein liefert noch keine Koordinaten.

AKTION

Am Schnittzylinder zuerst den Mittelmeridian, dann die seitlichen Schnittbereiche zeigen. Den zentralen Faktor 0,9996 mit der anschliessenden Zunahme des Massstabs verbinden.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[nga-mgrs] NGA — Universal Grids and Grid Reference Systems
https://earth-info.nga.mil/?dir=coordsys&action=coordsys

[original-19] Originalabbildung image19.png, GEOG143 Originalfolie(n) 23. Quelle laut Ausgangsdeck: Schüttler (2022). Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 44 · UTM: Universal Transverse Mercator

ZEIT

64:30–66:00 · Dauer 01:30 Minuten

KURZÜBERBLICK

- UTM bedeutet Universal Transverse Mercator.
- Zone 32 liegt um den Mittelmeridian 9° Ost und ist regulär 6° breit.
- E ist Ostwert, N ist Nordwert; beide stehen in Metern.
- k_0 = 0,9996 beschreibt den Projektionsmassstab auf der Mittellinie.
- Zone, Nord-/Südhalbkugel und geodätischen Bezug immer mitführen.

SPRECHTEXT

UTM bedeutet Universal Transverse Mercator. Es teilt die Erde regulär in sechzig Zonen von jeweils sechs Längengraden. Die Zonen 31, 32 und 33 haben Mittelmeridiane bei drei, neun und fünfzehn Grad Ost. Diese Mittellinie legt die Orientierung des jeweiligen Gitters fest.

Easting E ist der Ostwert, Northing N der Nordwert. Wie bei unserem Gauß–Krüger-Beispiel erhält die Mittellinie 500 000 Meter Ostwert. UTM verwendet dort den zentralen Massstabsfaktor k null gleich 0,9996. Eine kurze Strecke wird dort also leicht verkleinert abgebildet; seitlich ändert sich der Massstab. k null bezeichnet diesen Projektionsfaktor, nicht den Druckmassstab der Karte.

Die Hemisphäre ist die Nord- oder Südhalbkugel. Auf der Nordhalbkugel beginnt der Nordwert am Äquator bei null. Auf der Südhalbkugel wird dort ein Zuschlag von zehn Millionen Metern verwendet. Zone, Hemisphäre und geodätischer Bezug vervollständigen deshalb jedes Zahlenpaar.

UTM gilt regulär zwischen achtzig Grad Süd und vierundachtzig Grad Nord. Für die Pole verwendet man andere Abbildungen. Besondere Zonengrenzen in Norwegen und Spitzbergen sind in amtlichen Daten zu beachten. Unser Beispiel Jena liegt regulär in Zone 32 auf der Nordhalbkugel.

AKTION

UTM vollständig aussprechen. Zone 32 und Mittelmeridian 9° verbinden; dann Easting, Northing, Hemisphäre und k_0 getrennt erklären. Den Online-Rechner als nächste Anwendung ankündigen.

QUELLEN

[proj-utm] PROJ — Universal Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/utm.html

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[nga-mgrs] NGA — Universal Grids and Grid Reference Systems
https://earth-info.nga.mil/?dir=coordsys&action=coordsys

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#umrechner

Folie 45 · Gitternord und Massstab: zwei unterschiedliche Wirkungen

ZEIT

66:00–67:15 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Meridiankonvergenz ist der Winkel zwischen Gitternord und geografisch Nord.
- Winkeltreue erlaubt eine lokale Drehung gegenüber den Gitterachsen.
- Schwarz beginnt bei k = 1, Rot bei k = 0,9996.
- Nordrichtung und Längenmassstab beschreiben unterschiedliche Wirkungen.

SPRECHTEXT

Links treffen zwei Nordrichtungen aufeinander. Geografisch Nord folgt dem Meridian zum Nordpol. Gitternord folgt den nach oben gerichteten Linien des ebenen Kartengitters. Die Pfeile zeigen, dass beide Richtungen seitlich der Mittellinie auseinanderlaufen können. Ihr Winkel heisst Meridiankonvergenz.

Eine winkeltreue Abbildung kann lokal gedreht sein. Sie erhält die Winkel zwischen Richtungen an einem Punkt. Das bedeutet nicht, dass eine Gitterachse überall mit geografisch Nord zusammenfällt.

Rechts betrachten wir eine andere Wirkung: den Längenmassstab. Auf der waagerechten Achse steht der Winkelabstand zum Mittelmeridian, auf der senkrechten der Massstabsfaktor. In der Mitte liegt die schwarze Kurve bei eins, die rote bei 0,9996. Seitlich steigen beide an. Sie veranschaulichen Gauß–Krüger und UTM.

Wir lesen daher zwei getrennte Aussagen: Links sehen wir die Richtungsdifferenz, rechts die örtliche Streckung. Beide Wirkungen sind mit lokaler Winkeltreue vereinbar. Für einen konkreten Ort berechnen wir die jeweiligen Werte.

AKTION

Links ein auseinanderlaufendes Pfeilpaar zeigen. Rechts zuerst die Achsen lesen, dann die Mittelpunkte und den seitlichen Anstieg beider Kurven verfolgen.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[proj-factors] PROJ — Factors: local scale, area and angular distortion
https://proj.org/en/stable/development/reference/functions.html#c.proj_factors

[original-21] Originalabbildung image21.png, GEOG143 Originalfolie(n) 25. Quelle laut Ausgangsdeck: Iliffe & Lott (2008), S.56f.. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-22] Originalabbildung image22.png, GEOG143 Originalfolie(n) 25. Quelle laut Ausgangsdeck: Iliffe & Lott (2008), S.56f.. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 46 · Transversale Weltbilder zeigen die Ausrichtung der Abbildung

ZEIT

67:15–69:15 · Dauer 02:00 Minuten; darin 00:54 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Europa, Afrika und Gradnetz als feste Vergleichsmerkmale verfolgen.
- Links und Mitte zeigen dieselbe Anordnung; rechts verändert sie sich.
- Lokale Winkeltreue bewahrt nicht die gesamte Kontinentform.
- Praktische UTM-Nutzung bleibt auf definierte Zonen begrenzt.

SPRECHTEXT

Die Weltbilder zeigen, wie ungewohnt die Erde in einer transversalen Mercatoransicht aussehen kann. Links und in der Mitte erkennen wir dieselbe Anordnung der Kontinente. Rechts erscheint die Anordnung anders. Zum Vergleichen verfolgen wir Europa und Afrika sowie die Linien des Gradnetzes.

Die Kontinente sind unsere festen Bezugspunkte. Verändert hat sich ihre Darstellung im Kartenblatt. Besonders weit vom jeweils zentral dargestellten Bereich werden Formen stark verzerrt. Das ist mit lokaler Winkeltreue vereinbar: Sie bewahrt Winkel an einzelnen Punkten, nicht die gesamte Gestalt eines Kontinents.

Diese Weltansichten erklären die Projektionsfamilie. Für praktische UTM-Koordinaten verwenden wir einen begrenzten Streifen mit festgelegter Zone und Geltungsbereich. Das globale Bild hilft damit beim Verständnis der Abbildungsgeometrie; für Messungen kommt die passende räumliche Begrenzung hinzu. Wir führen den Blick deshalb von der ganzen Welt wieder zum einzelnen Meridianstreifen zurück.

AKTION

54 Sekunden angeleitete Betrachtung: Europa und Afrika zuerst links, dann in der Mitte und rechts verfolgen. Die gleiche Anordnung der ersten beiden Bilder benennen; den Unterschied zum rechten Bild am Gradnetz zeigen. Zum Schluss den begrenzten Geltungsbereich einer einzelnen UTM-Zone erklären.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[course] Inhaltliche Grundlage und Abbildungen: GEOG143, Vorlesung 5, Geodätische Koordinatensysteme, Prof. Dr. C. Schmullius, Universität Jena. Einzelquellen siehe Abbildungsnachweise.

[original-23] Originalabbildung image23.png, GEOG143 Originalfolie(n) 26. Quelle laut Ausgangsdeck: Rohwedder (2024), laut Original. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-24] Originalabbildung image24.png, GEOG143 Originalfolie(n) 26. Quelle laut Ausgangsdeck: Rohwedder (2024), laut Original. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-25] Originalabbildung image25.png, GEOG143 Originalfolie(n) 26. Quelle laut Ausgangsdeck: Rohwedder (2024), laut Original. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 47 · UTM-Zone, Breitenband und Hemisphäre unterscheiden

ZEIT

69:15–70:30 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Zonennummer ordnet Längsstreifen, Bandbuchstabe ordnet Breitenbereiche.
- 32U bedeutet Zone 32 im Breitenband U.
- U liegt im Norden, bezeichnet aber ein Band statt der ganzen Halbkugel.
- Für UTM zusätzlich Hemisphäre, Meterwerte und geodätischen Bezug nennen.

SPRECHTEXT

Die Grafiken kombinieren Längsstreifen und Breitenbereiche. Dafür verwenden sie Zahlen und Buchstaben mit unterschiedlichen Aufgaben. Die Zahl bezeichnet die UTM-Zone, also einen regulär sechs Grad breiten Längsstreifen. Ein Bandbuchstabe bezeichnet dagegen einen Bereich zwischen zwei Breitenkreisen.

Wir lesen 32U deshalb in zwei Schritten: Zone 32 und Breitenband U. Dieses Band liegt auf der Nordhalbkugel. Der Buchstabe U bezeichnet aber ein bestimmtes Breitenband und ist keine allgemeine Abkürzung für Nord. Für eine UTM-Koordinatenberechnung geben wir die Hemisphäre ausdrücklich als Nord oder Süd an.

Zone und Band beschreiben zunächst nur ein grosses Feld. Ostwert und Nordwert legen die Position darin genauer fest. Dazu gehört der geodätische Bezug. Auch die Grenzen des Systems bleiben wichtig: UTM wird regulär zwischen achtzig Grad Süd und vierundachtzig Grad Nord verwendet. In den Polargebieten übernimmt die Universale Polare Stereografische Projektion, kurz UPS.

AKTION

In den Grafiken eine Zonenspalte und eine Bandzeile verfolgen. Die Kennung 32U in Zahl und Buchstabe zerlegen; danach die Nordhalbkugel ausdrücklich benennen.

QUELLEN

[proj-utm] PROJ — Universal Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/utm.html

[nga-mgrs] NGA — Universal Grids and Grid Reference Systems
https://earth-info.nga.mil/?dir=coordsys&action=coordsys

[original-20] Originalabbildung image20.jpeg, GEOG143 Originalfolie(n) 24. Quelle laut Ausgangsdeck: Hake, Grünreich & Meng (2002), S.78. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-26] Originalabbildung image26.png, GEOG143 Originalfolie(n) 27. Quelle laut Ausgangsdeck: Bildvermerk Peter H. Dana (1994); im Original Antonio et al. (2019). Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 48 · Vom globalen Gitter nach Europa

ZEIT

70:30–71:45 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Links globales Schema, Mitte Europagitter, rechts geografische Lage.
- 32U verbindet einen Längsstreifen mit einem Breitenbereich.
- Meterwerte und vollständiges Referenzsystem bestimmen die genaue Lage.
- Erwartete Region prüfen, bevor die Genauigkeit bewertet wird.

SPRECHTEXT

Die drei Darstellungen führen vom globalen Schema zum europäischen Ausschnitt. Links sehen wir die weltweite Einteilung in schmale Zonen. In der Mitte tragen die Spalten über Europa Zonennummern, die Zeilen Bandbuchstaben. Rechts stehen die kombinierten Kennungen direkt auf einer geografischen Karte.

Wir suchen 32U und lesen es erneut räumlich: Die Zahl wählt den Längsstreifen, der Buchstabe den Breitenbereich. So finden wir zunächst ein grosses Feld. Die genaue Position innerhalb des Gitters entsteht erst durch die metrischen Ost- und Nordwerte mit ihrem vollständigen Koordinatenreferenzsystem.

Der Wechsel vom Schema zur Karte hilft bei einer einfachen Plausibilitätsprüfung. Wir können erkennen, ob die angegebene Zone überhaupt zur erwarteten Region passt. Erscheint ein Ort aus Mitteleuropa weit ausserhalb seines erwarteten Gebietes, prüfen wir zuerst Zone, Hemisphäre und Eingabewerte. Die richtige Region belegt noch keine hohe Genauigkeit; sie ist aber eine erste Kontrolle gegen grobe Zuordnungsfehler.

AKTION

Im mittleren Europagitter Spalte 32 und Band U suchen. Danach dieselbe Kennung auf der rechten Karte zeigen und ihre Lage mit Mitteleuropa verbinden.

QUELLEN

[nga-mgrs] NGA — Universal Grids and Grid Reference Systems
https://earth-info.nga.mil/?dir=coordsys&action=coordsys

[original-27] Originalabbildung image27.png, GEOG143 Originalfolie(n) 28. Quelle laut Ausgangsdeck: Rohwedder (2024), laut Original. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-28] Originalabbildung image28.png, GEOG143 Originalfolie(n) 29. Quelle laut Ausgangsdeck: Explorer Magazin (2008). Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-29] Originalabbildung image29.png, GEOG143 Originalfolie(n) 30. Quelle laut Ausgangsdeck: Rohwedder (2024), laut Original. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 49 · UTM und MGRS: dieselbe Karte, andere Adressierung

ZEIT

71:45–72:45 · Dauer 01:00 Minuten

KURZÜBERBLICK

- MGRS adressiert vom Zonenfeld bis zur Position im Gitterquadrat.
- 32U ist Zone plus Band; das folgende Buchstabenpaar bezeichnet ein 100-km-Feld.
- Weitere Ziffern präzisieren die Lage innerhalb dieses Feldes.
- Andere Schreibweise auf derselben UTM-Projektion.

SPRECHTEXT

Auf diesen Deutschlandkarten stehen innerhalb der grossen Zonenfelder zusätzliche Buchstabenpaare. Sie gehören zum Military Grid Reference System, kurz MGRS. Dieses System adressiert Positionen stufenweise: zuerst das Zonenfeld wie 32U, dann ein 100-Kilometer-Gitterfeld durch zwei Buchstaben, danach die Position innerhalb dieses Feldes durch weitere Ziffern.

Das ähnelt einer gegliederten Adresse: Jede Ergänzung grenzt den Ort weiter ein. Die Buchstabenpaare in den Karten bezeichnen die grossen Gitterquadrate. Sie sind weder zusätzliche UTM-Zonen noch Breitenbänder.

In diesen Gebieten verwendet MGRS die UTM-Projektion. Die Art, eine Position aufzuschreiben, ändert sich; es entsteht keine neue Kartenprojektion. Eine gewöhnliche UTM-Angabe verwendet Zone, Hemisphäre und die vollständigen Ost- und Nordwerte in Metern. MGRS verwendet seine gegliederte Gitteradresse. Für Mannheim werden wir die metrische UTM-Angabe lesen und die Buchstaben auf der Karte als zusätzliche Orientierung einordnen.

AKTION

Eine grosse Kennung wie 32U und ein darin liegendes Buchstabenpaar getrennt zeigen. Die Abfolge Zonenfeld, 100-km-Feld, weitere Ziffern erklären.

QUELLEN

[nga-mgrs] NGA — Universal Grids and Grid Reference Systems
https://earth-info.nga.mil/?dir=coordsys&action=coordsys

[original-30] Originalabbildung image30.jpeg, GEOG143 Originalfolie(n) 31. Quelle laut Ausgangsdeck: Hake, Grünreich & Meng (2002), S.78. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

[original-31] Originalabbildung image31.png, GEOG143 Originalfolie(n) 32. Quelle laut Ausgangsdeck: Rohwedder (2024), laut Original. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

Folie 50 · Ein Punkt: aus Breite und Länge werden zwei Gitterangaben

ZEIT

72:45–74:45 · Dauer 02:00 Minuten; darin 00:54 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Gerundeter Lehrpunkt: 50,93° N und 11,59° E.
- Gemeinsamer Bezug ETRS89 / GRS80 isoliert den Projektionswechsel.
- GK 4: westlich von 12°; UTM 32: östlich von 9°.
- Projektionsparameter werden vor den Ergebniszahlen gelesen.
- Ausgabe mit Zentimetern bedeutet keine zentimetergenaue Messung.

SPRECHTEXT

Wir rechnen jetzt wirklich mit Zahlen, lesen aber nur drei überschaubare Schritte. Unser Lehrpunkt bei Jena hat 50,93 Grad nördliche Breite und 11,59 Grad östliche Länge. Er ist bewusst gerundet und kein amtlich vermessener Gebäudepunkt.

Erstens halten wir ETRS89 und das GRS80-Ellipsoid fest. Zweitens wählen wir das Kartengitter. Für Gauß–Krüger verwenden wir Streifen vier mit zwölf Grad Ost als Mittelmeridian. Für UTM wählen wir Zone 32 mit neun Grad Ost und die Nordhalbkugel.

Drittens berechnet die jeweilige Abbildung Ost- und Nordwert. In UTM liegt Jena östlich seiner Mittellinie; sein Ostwert ist grösser als 500 000 Meter. Im GK-Streifen vier liegt es westlich; der Ostwertanteil ist kleiner als 500 000 Meter. Die führende Vier des Rechtswertes kennzeichnet den Streifen.

Die Zahlen sind auf Zentimeter gerundete Rechenergebnisse aus gerundeten Eingaben. Die Nachkommastellen beschreiben die Ausgabe, nicht die Genauigkeit einer Messung. Wir können sämtliche Schritte im Online-Rechner mitverfolgen.

AKTION

54 Sekunden geführte Bedienung: Rechner öffnen, voreingestellten Jena-Lehrpunkt prüfen und „Geografisch → GK / UTM“ zeigen. Zuerst Eingabe und Bezug, dann beide Mittelmeridiane, danach die Meterwerte lesen. E mit 500 000 m vergleichen; GK-Kennziffer gesondert lesen.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[proj-utm] PROJ — Universal Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/utm.html

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#umrechner

Folie 51 · Gauß–Krüger → Winkel → UTM: den Rückweg mitprüfen

ZEIT

74:45–77:45 · Dauer 03:00 Minuten; darin 01:48 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Inverse GK-Projektion liefert die geodätische Lage.
- UTM berechnet aus derselben Lage ein anderes Gitterpaar.
- Hin- und Rückweg prüfen die Rechenkonsistenz.
- Rundung und Messgenauigkeit sind verschiedene Grössen.
- DHDN → ETRS89 erfordert zusätzlich eine passende Bezugstransformation.

SPRECHTEXT

Jetzt liegt der Punkt zunächst nur als Gauß–Krüger-Zahlenpaar vor. Wir kennen dazu Streifen vier und den gemeinsamen Lehrbezug. Der erste Schritt ist die inverse, also rückwärts angewandte GK-Projektion. Sie liefert wieder die geodätische Breite und Länge.

Diese beiden Winkel übergeben wir an die UTM-Projektion für Zone 32 auf der Nordhalbkugel. Damit entstehen die UTM-Meterwerte. Wir tauschen also nicht einfach eine Kennziffer aus: Wir gehen vom ersten Gitter zur geodätischen Lage und von dort ins zweite Gitter.

Zur Rechenprüfung führen wir den Weg zurück. UTM liefert wieder die Winkel, daraus entsteht wieder das GK-Zahlenpaar. Werden intern ungerundete Werte verwendet, stimmen Hin- und Rückweg bis auf Rechenrundung überein. Aus angeschriebenen Zentimeterwerten kann eine kleine Rundungsdifferenz entstehen.

Diese Probe kontrolliert die rechnerische Konsistenz. Den richtigen Ausgangsbezug prüfen wir zusätzlich an den Metadaten oder bekannten Punkten. Historisches DHDN nach ETRS89 benötigt zwischen den beiden Projektionen eine passende amtliche Bezugstransformation.

AKTION

108 Sekunden geführte Bedienung: „GK → geografisch / UTM“ wählen und die vollständigen vorbereiteten Jena-GK-Werte übernehmen. Rückgerechnete Winkel lesen, UTM-Ausgabe vergleichen und Rückprüfungszeile zeigen. Intern ungerundete Rechnung und manuell gerundete Eingaben unterscheiden.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[proj-utm] PROJ — Universal Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/utm.html

[bkg-beta2007] AdV / BKG (2012): BeTA2007, Version 1.5, Abschnitt 2 und Abbildung 1 — inverse GK-Abbildung, geodätischer Bezugswechsel, UTM-Abbildung.
https://crs.bkg.bund.de/crs/descrtrans/BeTA/BETA2007dokumentationV15.pdf

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#umrechner

Folie 52 · 3D-Versuch: Gauß–Krüger und UTM sauber vergleichen

ZEIT

77:45–80:45 · Dauer 03:00 Minuten; darin 01:48 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Räumliches Entfalten veranschaulicht den Weg zur fertigen Kartenebene.
- Jena bleibt fest; UTM und GK liefern andere Gitterwerte.
- Im Versuch bleiben GRS80-Ellipsoid und geodätischer Bezug gleich.
- Historische DHDN-Daten können zusätzlich eine Datumstransformation erfordern.

SPRECHTEXT

Die Zahlen kennen wir jetzt aus dem Rechner. Im Projektionslabor wählen wir denselben Jena-Lehrpunkt und verfolgen ihn von der gekrümmten Fläche zum ebenen Kartenstreifen. Wir halten am Anfang, in der Mitte und am Ende an. Die räumliche Zwischenform erklärt das Entfalten. Die berechneten Projektionskoordinaten gehören zur fertigen ebenen Darstellung.

Dann wechseln wir zwischen UTM und Gauß–Krüger. Der geografische Punkt bleibt fest. Beide Berechnungen verwenden dasselbe GRS80-Ellipsoid; auch den Bezug halten wir im Lehrversuch fest. So erkennen wir gezielt die Wirkung von Mittelmeridian, Streifenbreite und zentralem Massstabsfaktor. Die Gitterwerte ändern sich bei gleicher Lage.

Ein gleiches Ellipsoid allein würde noch keinen gleichen geodätischen Bezug garantieren. Bei historischen DHDN-Daten mit Bessel-Ellipsoid und einem Ziel in ETRS89-UTM ist deshalb zusätzlich eine passende Datumstransformation zu prüfen. Unser Versuch isoliert den Projektionswechsel. Die vollständige Verarbeitung realer Daten richtet sich nach deren Ausgangs- und Zielbezug.

AKTION

108 Sekunden geführte Bedienung: Projektions-Modus öffnen, Jena wählen und bei 0, 50 und 100 Prozent anhalten. UTM und Gauß–Krüger umschalten; jeweilige Mittellinie und Koordinaten ablesen. Das gemeinsame GRS80-Ellipsoid benennen und erklären, dass der Lehrversuch auch den Bezug festhält. Die räumliche Zwischenform als Veranschaulichung des Entfaltens einordnen.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[proj-utm] PROJ — Universal Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/utm.html

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=projection&step=4#labor

Folie 53 · Jena: ein Ort in zwei verschiedenen Streifen

ZEIT

80:45–82:45 · Dauer 02:00 Minuten; darin 00:54 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Jena-Lehrpunkt liegt bei etwa 11,59° Ost.
- UTM 32: östlich von 9°; Ostwert über 500 000 m.
- GK 4: westlich von 12°; Ostwertanteil unter 500 000 m.
- Mittellinie zuerst lesen; gerundeten Lehrpunkt von Vermessungsdaten unterscheiden.

SPRECHTEXT

Wir ordnen den gerade umgerechneten Jena-Lehrpunkt noch einmal in der Karte ein. Seine geografische Länge beträgt etwa 11,59 Grad Ost. Rechts stehen die beiden zugehörigen Mittellinien: UTM-Zone 32 mit neun Grad Ost und Gauß–Krüger-Streifen vier mit zwölf Grad Ost. Die Karte links hilft, diese Streifen räumlich einzuordnen.

Jena liegt östlich von neun Grad, aber westlich von zwölf Grad Ost. Derselbe Punkt steht damit einmal rechts und einmal links seiner jeweiligen Mittellinie. Das erklärt bereits die Ostwerte: Im UTM-Gitter liegt der Wert über 500 000 Metern, im gewählten GK-Gitter darunter. Beim GK-Rechtswert betrachten wir dafür den Anteil ohne vorangestellte Streifenkennung.

Wir lesen im Labor zuerst die Mittellinie und dann den Ostwert. So bekommen die Zahlen eine räumliche Bedeutung. Die gerundeten Eingaben beschreiben einen Lehrpunkt bei Jena. Sie stellen keine amtliche Vermessung eines bestimmten Gebäudepunktes dar.

AKTION

54 Sekunden angeleitetes Beispiel: Im Labor Jena setzen und die Länge ablesen. UTM-Mittellinie 9° und GK-Mittellinie 12° zeigen. Jeweils den Ostwert mit 500 000 m vergleichen; bei GK die Streifenkennung getrennt behandeln. Den Punkt etwas verschieben, die Änderung verfolgen und Jena wiederherstellen.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[proj-utm] PROJ — Universal Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/utm.html

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html

[original-12] Originalabbildung image12.jpeg, GEOG143 Originalfolie(n) 16, 20, 21. Quelle laut Ausgangsdeck: Hake, Grünreich & Meng (2002), S.76–77. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html#umrechner

Folie 54 · Mannheim: eine vollständige Koordinatenangabe lesen

ZEIT

82:45–85:00 · Dauer 02:15 Minuten; darin 00:54 Minuten geführte Demonstration / Betrachtung

KURZÜBERBLICK

- Paradeplatz: WGS84 / UTM 32, Nordhalbkugel; Werte auf Meter gerundet.
- Westlich von 9° Ost bedeutet Ostwert unter 500 000 m.
- Der Nordwert beschreibt die Nordlage im Gitter, keine Höhe.
- Labor-Lehrpunkt und Paradeplatz haben unterschiedliche Eingaben.

SPRECHTEXT

Für den Paradeplatz in Mannheim lesen wir rechts eine vollständige Zuordnung: WGS84, UTM-Zone 32, Nordhalbkugel. Darunter stehen ungefähr 461 344 Meter Ostwert und 5 481 745 Meter Nordwert. Die Werte sind auf Meter gerundet.

Die geografische Eingabe lautet 49 Grad, 29 Minuten und 13,6 Sekunden Nord sowie 8 Grad, 27 Minuten und 58,6 Sekunden Ost. Mannheim liegt damit westlich des Mittelmeridians bei neun Grad Ost. Der Ostwert liegt folgerichtig unter 500 000 Metern. Der grosse Nordwert beschreibt die Lage im Gitter nach Norden; er ist keine Höhenangabe. Die Karte links ordnet die Zone und die zusätzlichen MGRS-Felder ein.

Im Labor öffnen wir ebenfalls Mannheim. Dort ist jedoch ein leicht gerundeter Lehrpunkt hinterlegt. Andere Eingabekoordinaten ergeben andere Gitterwerte, auch wenn beide Beispiele Mannheim heissen. Für einen Ergebnisvergleich prüfen wir deshalb zuerst den konkreten Punkt, die Eingabewerte und das Referenzsystem. Erst bei gleichen Voraussetzungen vergleichen wir die Zahlen.

AKTION

54 Sekunden angeleitetes Lesen: Rechts zuerst WGS84, Zone und Hemisphäre, dann beide Meterwerte zeigen. Die geografische Eingabe aus dem Sprechtext vorlesen. Im Labor Mannheim öffnen und die gerundete Eingabe mit dem Paradeplatzbeispiel vergleichen. Die vorberechnete Folie beruht auf etwa 49,487111° / 8,466278°; die Online-Regler verwenden 0,01°-Schritte. Die Abweichung auf die unterschiedlichen Eingaben zurückführen.

QUELLEN

[course] Inhaltliche Grundlage und Abbildungen: GEOG143, Vorlesung 5, Geodätische Koordinatensysteme, Prof. Dr. C. Schmullius, Universität Jena. Einzelquellen siehe Abbildungsnachweise.

[proj-utm] PROJ — Universal Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/utm.html

[original-31] Originalabbildung image31.png, GEOG143 Originalfolie(n) 32. Quelle laut Ausgangsdeck: Rohwedder (2024), laut Original. Vorhandene Bildvermerke bleiben erhalten.

3D / Berechnung: https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html?mode=projection#labor

Folie 55 · Gitterstrecke, Bodenstrecke und Genauigkeit auseinanderhalten

ZEIT

85:00–86:15 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Ost- und Nordwertdifferenzen ergeben gemeinsam die Gitterstrecke.
- Projektionsmassstab und Höhenreduktion verbinden Gitter- und Bodenstrecke.
- Viele Nachkommastellen verbessern eine ungenaue Eingabe nicht.
- Eingabequalität, Bezug, Verfahren und Verzerrung gemeinsam bewerten.

SPRECHTEXT

Aus zwei Punkten im selben Kartengitter berechnen wir zuerst die Differenz ihrer Ostwerte und die Differenz ihrer Nordwerte. Diese beiden Komponenten ergeben zusammen die gerade Gitterstrecke. Für den Vergleich mit einer gemessenen Bodenstrecke sind weitere Schritte nötig.

Der Projektionsmassstab beschreibt den Übergang zwischen Gitter und Bezugsellipsoid. Eine Höhenreduktion berücksichtigt zusätzlich, dass die Bodenmessung auf einer anderen Höhe stattfindet. Die beiden goldenen Strecken in der Grafik veranschaulichen den ersten Effekt: Gleich lange Ausgangsstrecken können an verschiedenen Orten im Gitter unterschiedlich lang erscheinen. Die Unterschiede sind hier zur Erklärung überzeichnet.

Davon trennen wir die Genauigkeit der Eingabe. Eine Rechnung kann viele Nachkommastellen liefern, obwohl Breite und Länge nur ungefähr abgelesen wurden. Die Rechenroutine macht die ursprüngliche Messung dadurch nicht genauer. Auch ein falscher geodätischer Bezug lässt sich durch zusätzliche Ziffern nicht ausgleichen.

Für eine belastbare Aussage prüfen wir daher Eingabequalität, Bezug, geeignetes Transformationsverfahren und relevante Verzerrung. Gerundete Lehrwerte erklären das Prinzip; eine präzise Vermessung verlangt passende Ausgangsdaten und eine Kontrolle an bekannten Punkten.

AKTION

Die beiden goldenen Strecken vergleichen und ihre überzeichnete Längendifferenz benennen. Anschliessend Gitterstrecke, Strecke auf dem Ellipsoid und Bodenstrecke sprachlich zuordnen.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[proj-factors] PROJ — Factors: local scale, area and angular distortion
https://proj.org/en/stable/development/reference/functions.html#c.proj_factors

[proj-helmert] PROJ — Helmert transform
https://proj.org/en/stable/operations/transformations/helmert.html

Folie 56 · Umrechnung, Transformation und Projektion klar trennen

ZEIT

86:15–87:30 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Umrechnung ändert die Koordinatenart bei gleichem Bezug.
- Datumstransformation verbindet unterschiedliche geodätische Bezüge.
- Projektion ist eine besondere Umrechnung in ein ebenes Gitter.
- Ausgangs- und Zielsystem bestimmen die nötige Kombination.

SPRECHTEXT

Die drei Pfeilreihen ordnen die Rechenschritte nach ihrer Aufgabe. Oben ändern wir die Koordinatenart: Aus Breite, Länge und ellipsoidischer Höhe werden X, Y und Z. Der geodätische Bezug bleibt gleich. Das nennen wir Koordinatenumrechnung.

In der Mitte wechselt der Bezug selbst. Eine Datumstransformation verbindet Bezug A mit Bezug B. Dazu brauchen wir passende Parameter oder Modelle für das Gebiet und gegebenenfalls die Epoche. Unser Rahmenlabor hat dieses Prinzip mit deutlich sichtbaren Lehrwerten gezeigt.

Unten bilden wir die geografische Lage auf ein ebenes Gitter ab. Das ist eine Kartenprojektion und fachlich eine besondere Koordinatenumrechnung. Im GK-UTM-Vergleich blieb der Bezug fest; verändert wurden die Projektionsparameter.

Die Zeilen zeigen verschiedene Aufgaben, nicht automatisch drei zwingende Schritte. Für reale Daten lesen wir zuerst Ausgangs- und Zielsystem. Daraus ergibt sich, welche Operationen nötig sind und kombiniert werden müssen. Danach rechnen wir mit geeigneten Verfahren und kontrollieren das Ergebnis an bekannten Punkten.

AKTION

Die drei Pfeilreihen zusammenfassend erklären: Koordinatenart, Bezug und Projektion. Den gerade gerechneten GK–UTM-Weg unten zuordnen; historische DHDN-Daten brauchen zusätzlich die mittlere Zeile.

QUELLEN

[proj-cart] PROJ — Geodetic to Cartesian conversion
https://proj.org/en/stable/operations/conversions/cart.html

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[proj-helmert] PROJ — Helmert transform
https://proj.org/en/stable/operations/transformations/helmert.html

[bkg-transform] BKG — Koordinatenreferenzsysteme
https://crs.bkg.bund.de/

Folie 57 · Gauß–Krüger und UTM: Gemeinsamkeit und Unterschiede

ZEIT

87:30–88:45 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Beide Systeme sind transversal und lokal winkeltreu.
- GK typisch 3° und $k_0 = 1$; UTM regulär 6° und $k_0 = 0{,}9996$.
- Beide verwenden 500 000 m künstlichen Ostwert.
- Streifen beziehungsweise Zone, Datum und Höhenbezug vollständig angeben.

SPRECHTEXT

Wir lesen die Tabelle zeilenweise. Beide Systeme verwenden eine winkeltreue transversale Mercatorabbildung. Die gemeinsame Projektionsfamilie erklärt, weshalb Gauß–Krüger und UTM ähnlich aussehen. Die Parameter unterscheiden sich jedoch.

In der typischen deutschen GK-Einteilung sind die Streifen drei Grad breit, reguläre UTM-Zonen sechs Grad. Am Mittelmeridian verwendet GK den Massstabsfaktor eins, UTM den Faktor 0,9996. Dieser Faktor gehört zur Projektion und ist von einem Druckmassstab wie eins zu fünfundzwanzigtausend zu unterscheiden. Beide setzen die Mittellinie auf einen Ostwert von 500 000 Metern. Dieser künstliche Zuschlag ist in der Tabelle als falscher Ostwert bezeichnet.

Die letzte Zeile nennt die nötigen Zusatzangaben. Bei GK beachten wir die Streifenkennung, bei UTM Zone und Hemisphäre. In beiden Fällen brauchen wir den geodätischen Bezug; eine Höhe benötigt zusätzlich ihren Höhenbezug. Historische GK-Daten und heutige UTM-Daten können unterschiedliche Datumsbezüge haben. Dann gehört zum Wechsel auch eine geeignete Datumstransformation. Die vollständige Systemdefinition entscheidet, welche Rechnung erforderlich ist.

AKTION

Die Tabellenzeilen Abbildung, Streifenbreite und zentraler Massstab vergleichen. Abschliessend die Zusatzangaben lesen und Datum sowie Höhenbezug ausdrücklich hervorheben.

QUELLEN

[proj-tmerc] PROJ — Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/tmerc.html

[proj-utm] PROJ — Universal Transverse Mercator
https://proj.org/en/stable/operations/projections/utm.html

[bkg-transform] BKG — Koordinatenreferenzsysteme
https://crs.bkg.bund.de/

Folie 58 · Ein Ort. Ein klarer Bezug. Eine passende Darstellung.

ZEIT

88:45–90:00 · Dauer 01:15 Minuten

KURZÜBERBLICK

- Koordinatenart, Einheit, Bezug und Höhenart gemeinsam lesen.
- Familie, Orientierung und Treueeigenschaft einer Karte auseinanderhalten.
- Gauß–Krüger und UTM über die geodätische Lage verbinden.
- Rückrechnung kontrolliert Rechenkonsistenz; Metadaten und Kontrollpunkte sichern den Bezug.

SPRECHTEXT

Wir können denselben Ort jetzt auf der Erde und in verschiedenen Karten nachvollziehen. Die Grundbegriffe geben den Zahlen Bedeutung: Koordinatenart, Einheiten, Datum und bei Höhen die passende Bezugsfläche.

Bei Karten unterscheiden wir drei Entscheidungen. Welche Familie verwenden wir: azimutal, konisch oder zylindrisch? Wie richten wir sie aus? Und welche Eigenschaften erhält die konkrete Abbildung? Die 3D-Beispiele verbinden diese Begriffe mit einem sichtbaren Gradnetz.

Gauß–Krüger und UTM verwenden beide die transversale Mercatorabbildung. Ihre Mittelmeridiane, Streifen und zentralen Massstabsfaktoren unterscheiden sich. Am Jena-Lehrpunkt haben wir die Winkel in beide Gitter umgerechnet und den Weg zurückgeprüft. Der Ort blieb dabei derselbe.

Nutzen Sie QR-Code und Links zum Vertiefen: Im Glossar können Sie Begriffe nachlesen, im 3D-Labor die Kartenbildung anhalten und im Rechner eigene Koordinaten hin und zurück umrechnen. Lesen Sie dabei immer den Bezug mit und unterscheiden Sie unsere Lehrrechnung von einer amtlichen Datumstransformation. Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit.

AKTION

Die drei Kernaussagen zeigen. Auf Projektionsfamilien, Hin-/Rückrechner und Glossar im Online-Material verweisen; QR-Code stehen lassen.

QUELLEN

[lab] GEOG143 · Vorlesung 5 — interaktives 3D-Labor
https://lehrpobe20261109.de/lernen/geog143-vorlesung-5.html